TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 158 - Julho - 1945

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMÉRCIO, 56, 3.º
LISBOA

União Eléctrica Portuguesa

S. A. R. L.

SEDE
Rua Duque de Loulé, 240 — Pôrto
Telef. 2828—2829—2830 — Est. 90

DELEGAÇÃO
R. António Maria Cardoso, 13, 2.º-Lisboa
Telefones 27232 — 27233 — Est. 365

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

A **União Eléctrica Portuguesa** distribui e vende electricidade nos **distritos** de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU LEIRIA e de SETÚBAL, pela mais extensa rêde de alta-tensão em Portugal (mais de 1.200 kms), levando fôrça motriz às FÁBRICAS e luz a CIDADES, VILAS, ALDEIAS e LUGARES

A **U. E. P.** facilita a electrificação de Fábricas e oferece as maiores vantagens nas suas tarifas

Consultar a **U. E. P.** e consumir a sua energia é **proveitoso negócio**

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

A instalação mais moderna do País. Dois fornos rotativos em laboração. — O "CIMENTO TEJO" marca pelas suas altas resistências e regularidade, garantidas pela fiscalização contínua de tôdas as fases do fabrico, exercida por técnicos portugueses especializados.

Pedidos à Companhia "CIMENTO TEJO"

SEDE EM LISBOA
RUA DA VITÓRIA, 88, 2.º

FILIAL NO NORTE
AV. DOS ALIADOS, 20, 3.º
PORTO

NÚMERO
158
Julho—1945

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N./ TEL. 49144 (linha 50)

DIRECTOR
FAUSTO GONÇALVES HENRIQUES
ADMINISTRADOR
ANTÓNIO BUSTORFF
BIBLIOTECÁRIO
FERNANDO MANZANARES ABECASIS
CORPO REDACTORIAL
J. M. Correia Vitorino
Duarte Bello
Fernando Blanqui Teixeira
Manuel Franco Falcão
João Barata Galvão
José Maria Seguro

NÚMERO AVULSO 6$00
ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e ilhas	18$00	30$00	58$00
Colónias Portuguesas e Espanha...	—	40$00	70$00
Estrangeiro...	—	45$00	80$00

EDITOR E PROPRIETARIO
ASS. DOS ESTUD. DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NAS
OFICINAS FERNANDES
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — D. G. S. H. — Correcção torrencial do Rio Liz. Açude de terra no Ribeiro da Bidoeira.

		Págs
Conexões finitas.	Prof. Dr. Mira Fernandes . .	519
Torsiógrafo de Geiger	Eng.os António Gouveia Portela e José Joaquim Toscano Júnior	525
Conditions géologiques générales des projects d'aménagements hydro-électriques au Portugal	Prof. Maurice Gignoux . . .	541
O Problema da Implantação das Obras de Abrigo dos Portos.	Eng.º Carlos Krus Abecasis	551
Estudo da pedreira dos Penedos ou Galegos (Benfica).	Por Décio Thadeu	559
A projecção axonométrica no desenho técnico (Rectificação)		567
Notas bibliográficas		569
Bibliografia.		569
Publicações recebidas		570

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.º — PORTO

Agentes em todo o País

D. MOURA — ENGENHEIRO

REPARADORA ELECTRO-MECÂNICA

Uma organização para trabalhos de electricidade

ALTA TENSÃO — BAIXA TENSÃO

Oficinas de construções eléctricas.
Transformações de características e reparações em:
GERADORES — MOTORES — TRANSFORMADORES
e em tôda a aparelhagem eléctrica para usos industriais e agrícolas.
SERVIÇO DE ASSISTÊNCIA URGENTE À INDÚSTRIA

Instalações industriais de Fôrça Motriz e Luz
Postos de transformação

Com o nosso empréstimo de máquinas temos evitado a paralização de muitas fábricas

RUA DA TRINDADE, 18-A — LISBOA
Telefone 21406
Telegramas — REPARADORA

TÉCNICA

FAUSTO GONÇALVES HENRIQUES

DIRECTOR

ANO XX - N.º 158 JULHO 1945

CONEXÕES FINITAS

PELO DOUTOR MIRA FERNANDES

PROFESSOR DO I. S. T.

1) Numa Nota recente, (1) define o Prof. Einstein a conexão afim não-infinitesimal, numa variedade $V_n\,(x^1, x^2 \ldots x^n)_1$ à custa de certos bivectores cujas componentes são funções das coordenadas de *dois* pontos da variedade; e não apenas dum ponto, como as do tensor métrico de Riemann.

Representemos por $\overset{i}{A}{}^{\alpha}$ as componentes dum vector contravariante no ponto α. (Os índices latinos i, k .. serão sempre usados como índices tensoriais, e os índices gregos α, β... como indicadores do ponto, ou pontos, a que os tensores se referem). Por uma transformação de coordenadas, $x^i \to \overline{x}^i$, as novas componentes do mesmo vector serão $\overline{A}{}^{k}_{\alpha} = \dfrac{\partial \overline{x}^k}{\partial x^i_{\alpha}} \overset{i}{A}{}^{\alpha}$, (subentendendo-se, como é costume, o sinal Σ, referido ao índice tensorial i). As coordenadas do ponto α são $\underset{\alpha}{x^i}$ no primeiro sistema e $\underset{\alpha}{\overline{x}^i}$ no segundo.

Do mesmo modo, as componentes dum vector covariante no ponto α serão representadas por $\underset{\alpha}{B_i}$ e transformar-se-ão da seguinte maneira:

$$\underset{\alpha}{\overline{B}_k} = \frac{\partial \underset{\alpha}{x^i}}{\partial \underset{\alpha}{\overline{x}^k}} \underset{\alpha}{B_i} .$$

Dados dois vectores $(\overset{i}{A}{}^{\alpha})$ e $\left(\underset{\beta}{B_i}\right)$, o primeiro contravariante no ponto α e o segundo covariante no ponto β, serão $\overset{i}{T}{}^{\alpha}_{\underset{\beta}{k}} = \overset{i}{A}{}^{\alpha} \underset{\beta}{B_k}$ as componentes dum bivector mixto dependente dos dois pontos α e β da variedade, que se transformam segundo a lei

$$1)\quad \overline{T}{}^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} = \frac{\partial \underset{\alpha}{\overline{x}^i}}{\partial \underset{\alpha}{x^h}} \frac{\partial \underset{\beta}{x^l}}{\partial \underset{\beta}{\overline{x}^k}} T^{\overset{h}{\alpha}}_{\underset{\beta}{l}} \left(\text{Subentende-se } \sum_{hl}\right).$$

Do mesmo modo, sendo $\left(\overset{i}{A}{}^{\alpha}\right)$ e $\left(\overset{k}{B}{}^{\beta}\right)$ dois vectores contravariantes, o primeiro no ponto α e o segundo no ponto β, serão $U^{i\,k}_{\alpha\,\beta} = \overset{i}{A}{}^{\alpha} \overset{k}{B}{}^{\beta}$ as componentes dum bivector contravariante, que se transformam segundo a lei

$$1')\qquad \overline{U}{}^{i\,k}_{\alpha\,\beta} = \frac{\partial \underset{\alpha}{\overline{x}^i}}{\partial \underset{\alpha}{x^h}} \frac{\partial \underset{\beta}{\overline{x}^k}}{\partial \underset{\beta}{x^l}} U^{h\,l}_{\alpha\,\beta} .$$

E anàlogamente se definem os bivectores covariantes.

(1) *Bivector fields*, by A. Einstein. *Annals of Mathematics*, vol. 45, January, 1944.

2) Sejam $\omega_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}}$ as componentes dum bivector mixto, no ponto α, tal que o determinante $\left| \omega_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}} \right| \neq$ o é, de resto, arbitrário.

O vector de componentes

$$2) \qquad \overset{*}{A}{}^{i}_{\alpha} = \omega_{\underset{\alpha}{k}}^{\overset{i}{\alpha}} A^{k}_{\alpha}$$

chama-se uma *congelação* [1] do vector (A^{k}_{α}) por meio do bivector $\left(\omega_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}}\right)$.

Anàlogamente, o vector de componentes

$$3) \qquad \overset{*}{B}_{i}{}_{\alpha} = \sigma_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}} B_{k}{}_{\alpha}$$

chama-se uma congelação do vector covariante $\left(B_{k}{}_{\alpha}\right)$, por meio do bivector $\left(\sigma_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}}\right)$, cujo determinante $\left| \sigma_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}} \right|$ é diferente de zero.

Do mesmo modo, dado o bivector mixto $\left(T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\beta}}\right)$ e escolhidos os bivectores $\left(\omega_{\underset{\beta}{i}}^{\overset{k}{\beta}}\right)$ e $\left(\sigma_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\alpha}}\right)$ de congelação, será

$$4) \qquad \overset{*}{T}{}^{k}_{\underset{\alpha}{m}}{}^{\beta} = \omega_{\underset{\beta}{l}}^{\overset{k}{\beta}} T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{l}{\beta}} \sigma_{\underset{\alpha}{m}}^{\overset{i}{\alpha}}$$

uma congelação de $\left(T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{l}{\beta}}\right)$.

Escrevamos a equação 1) (àparte os nomes dos índices) sob a forma

$$1) \qquad \overset{-k}{T}{}^{\beta}_{\underset{\alpha}{m}} = \frac{\partial \overset{-}{x}{}^{k}_{\underset{\beta}{}}}{\partial x^{l}_{\underset{\beta}{}}} T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{l}{\beta}} \frac{\partial x^{i}_{\underset{\alpha}{}}}{\partial \overset{-}{x}{}^{m}_{\underset{\alpha}{}}}.$$

(1) *Rimming.*

Efectuando em 1) uma congelação, por intermédio dos bivectores (ω) e (σ), será

$$\overset{*}{T}{}^{h}_{\underset{\alpha}{p}}{}^{\beta} = \omega_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{h}{\beta}} \overset{-k}{T}{}^{\beta}_{\underset{\alpha}{m}} \sigma_{\underset{\alpha}{p}}^{\overset{m}{\alpha}} = \left(\omega_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{h}{\beta}} \frac{\partial \overset{-}{x}{}^{k}_{\underset{\beta}{}}}{\partial x^{l}_{\underset{\beta}{}}} \right) T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{l}{\beta}} \left(\frac{\partial x^{i}_{\underset{\alpha}{}}}{\partial \overset{-}{x}{}^{m}_{\underset{\alpha}{}}} \sigma_{\underset{\alpha}{p}}^{\overset{m}{\alpha}} \right).$$

E é evidente que, combinando uma congelação com uma mudança de coordenadas, é possível satisfazer as condições

$$5) \qquad \begin{cases} \omega_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{h}{\beta}} \dfrac{\partial \overset{-}{x}{}^{k}_{\underset{\beta}{}}}{\partial x^{l}_{\underset{\beta}{}}} = \delta^{h}_{l} \\[2ex] \dfrac{\partial x^{i}_{\underset{\alpha}{}}}{\partial \overset{-}{x}{}^{m}_{\underset{\alpha}{}}} \sigma_{\underset{\alpha}{p}}^{\overset{m}{\alpha}} = \delta^{i}_{p}, \text{ sendo } (\delta^{h}_{l}) \text{ o tensor de Kronecker.} \end{cases}$$

Isto é

$$\overset{*}{T}{}^{h}_{\underset{\alpha}{p}}{}^{\beta} = \delta^{h}_{l} T_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{l}{\beta}} \delta^{i}_{p} = T^{h}_{\underset{\alpha}{p}}{}^{\beta}.$$

Quer dizer, *é sempre possível combinar uma congelação com uma mudança de coordenadas de maneira tal que as componentes dum bivector fiquem invariantes* (isto é, *escalares* para a tranformação resultante).

3) A conexão afim não-infinitesimal de Einstein é definida da seguinte maneira:

Dado o bivector mixto *de transporte* $\left(g_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{i}{\alpha}}\right)$, o vector contravariante de componentes

$$6) \qquad A^{k}_{\beta} = g_{\underset{\alpha}{i}}^{\overset{k}{\beta}} A^{i}_{\alpha}$$

é o *transportado* do vector $\left(A^{i}_{\alpha}\right)$, do ponto α para o ponto β.

Dado um bivector mixto $\left(h_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{i}{\alpha}}\right)$ de transporte, o vector de componentes

$$7) \qquad B_{k}{}_{\beta} = h_{\underset{\beta}{k}}^{\overset{i}{\alpha}} B_{i}{}_{\alpha}$$

é o *transportado* do vector covariante $\left(B_{i}{}_{\alpha}\right)$, do ponto α para o ponto β.

Às relações 6) e 7), estabelecidas *a priori*, impõe Einstein as restrições que resultam dos seguintes postulados:

I) *Se o ponto* β *coincide com* α, *o vector transportado coincide com o vector original.*

Como de 6) e 7) resulta

$$\begin{cases} A^{\overset{k}{\alpha}} = g^{\overset{k}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{i}} A^{\overset{i}{\alpha}} & \text{e} \\ B_{\underset{\alpha}{k}} = h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{k}} B_{\underset{\alpha}{i}} \end{cases}$$

deverá ser, portanto,

$$\mathrm{I_a)} \quad g^{\overset{k}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{i}} = \delta^k_i$$

$$\mathrm{I_b)} \quad h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{k}} = \delta^i_k$$

onde (δ^i_k) é o tensor de Kronecker.

E recìprocamente.

II) *Um vector não muda quando é transportado de* α *para* β *e, seguidamente, de* β *para* α.

De 6) resulta

$$\begin{cases} A^{\overset{l}{\alpha}} = g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} A^{\overset{k}{\beta}} \\ A^{\overset{k}{\beta}} = g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} A^{\overset{i}{\alpha}} . \end{cases}$$

Logo

$$A^{\overset{l}{\alpha}} = g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} A^{\overset{i}{\alpha}} .$$

Portanto,

$$\mathrm{II_a)} \quad g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} = \delta^l_i$$

Anàlogamente, como, de 7), resulta

$$\begin{cases} B_{\underset{\alpha}{l}} = h^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{l}} B_{\underset{\beta}{k}} \\ B_{\underset{\beta}{k}} = h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} B_{\underset{\alpha}{i}} \end{cases}$$

e, pelo postulado,

$$B_{\underset{\alpha}{l}} = h^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{l}} h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} B_{\underset{\alpha}{i}} ,$$

deverá ser

$$\mathrm{II_b)} \quad h^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{l}} h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} = \delta^i_l .$$

E recìprocamente.

III) *O produto escalar dum vector covariante por um vector contravariante é invariante em relação à conexão afim.*

Sendo

$$A^{\overset{k}{\beta}} = g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} A^{\overset{i}{\alpha}}$$

e

$$B_{\underset{\beta}{k}} = h^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} B_{\underset{\alpha}{l}} ,$$

será

$$A^{\overset{k}{\beta}} B_{\underset{\beta}{k}} = g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} h^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} A^{\overset{i}{\alpha}} B_{\underset{\alpha}{l}} .$$

Ou,

$$\mathrm{III)} \quad h^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} = \delta^l_i$$

visto que, em virtude do postulado III), deve ser $A^{\overset{k}{\beta}} B_{\underset{\beta}{k}} = A^{\overset{i}{\alpha}} B_{\underset{\alpha}{i}}$.

A condição III) é ainda suficiente, como as condições $\mathrm{I_a)}$, $\mathrm{I_b)}$, $\mathrm{II_a)}$, $\mathrm{II_b)}$. Multiplicando ambos os membros de III) por $g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{m}}$, vem

$$8) \quad h^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}} \left(g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{m}} \right) = \delta^l_i g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{m}} = g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{m}} .$$

Ora, em virtude de $\mathrm{II_a)}$,

$$g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{m}} = \delta^k_m .$$

Substituindo em 8), resulta

$$h^{\alpha\ l}_{k\ \beta}\ \delta^k_m = g^{\alpha\ l}_{m\ \beta}\ ,$$

ou

$$9)\qquad h^{\alpha\ l}_{m\ \beta} = g^{\alpha\ l}_{m\ \beta}\ .$$

Isto é, *as condições III) e II_a) exigem que o bivector de transporte contravariante coincida com o bivector de transporte covariante.*

Substituindo 9) em III), resulta II_b). E, ainda em virtude de 9), se se verifica I_a), também se verifica I_b).

Em resumo:

Das condições III) e II_a) resulta (por intermédio de 9)) a condição II_b). *E, de* III), II_a) *e* I_a) *resultam* II_b) *e* I_b).

4) Certamente por lapso, o professor Einstein afirma que 9) resulta de 8), em virtude de I_a). Ora, aplicando em 8) a condição I_a), vem (fazendo $\beta = \alpha$)

$$h^{\alpha\ l}_{k\ \alpha}\ \delta^k_i\ \delta^i_m = \delta^l_m\ ; \qquad \text{ou}$$

$$h^{\alpha\ l}_{m\ \alpha} = \delta^l_m$$

que é a condição I_b).

Isto é, *de III) e I_a) resulta apenas I_b).* De resto, se de *III)* e *I_a)* resultasse 9), substituindo 9) em *III)*, vinha

$$g^{\alpha\ l}_{k\ \beta}\ g^{\beta\ k}_{i\ \alpha} = \delta^l_i \quad \text{e} \quad h^{\alpha\ l}_{k\ \beta}\ h^{\beta\ k}_{i\ \alpha} = \delta^l_i$$

que são as condições *II_a)* e *II_b)*.

Isto é, os postulados *II_a)* e *II_b)* seriam conseqüência de *III)* e *I_a)*; e *haveria apenas dois postulados distintos: I)* e *III)*.

Essa circunstância tornaria ilusória, como já vamos ver, a generalização da teoria, formulada mais adiante[1].

5) A condição *I_a)* exige que δ^k_i seja *invariante por congelação.* Isto é, substituindo em 4) $T^{\beta\ l}_{i\ \alpha}$ por $g^{\beta\ l}_{i\ \alpha}$, e fazendo $\beta = \alpha$, resulta

$g^{\alpha\ k}_{m\ \alpha} = \omega^{\alpha\ k}_{l\ \alpha}\ g^{\alpha\ l}_{i\ \alpha}\ \sigma^{\alpha\ i}_{m\ \alpha}$. Ou, em virtude de *$I_a$)*,

$$\delta^k_m = \omega^{\alpha\ k}_{l\ \alpha}\ \delta^l_i\ \sigma^{\alpha\ i}_{m\ \alpha}\ .$$

Isto é,

$$10)\qquad \omega^{\alpha\ k}_{l\ \alpha}\ \sigma^{\alpha\ l}_{m\ \alpha} = \delta^k_m\ .$$

Das equações 2), 4) e 10) resulta que as operações de transformação 6), 7), bem como *I_a)*, *II_a)* e *III)* são invariantes por congelação.

Na conexão finita do Prof. Einstein só são admitidas equações invariantes por congelação; e consideram-se como descrições diferentes da mesma lei de transporte tôdas as que se podem obter, por um processo de congelação, a partir duma delas.

Quando o bivector de transporte $\left(g^{\beta\ k}_{i\ \alpha}\right)$ se pode transformar, por um processo de congelação, no tensor de Kronecker (δ^k_i), diz-se que o espaço é *planificável*[1].

6) O bivector mixto $\left(g^{\beta\ k}_{i\ \alpha}\right)$ de transporte não tem propriedades invariantes de simetria; ao passo que, para um bivector covariante (ou contravariante) a condição de simetria

$$g_{i\ k\ \alpha\beta} = \pm\ g_{k\ i\ \beta\alpha}$$

é invariante.

Por conseqüência, poderá impor-se ao transporte uma condição de simetria se pudermos fazer corresponder o bivector de transporte $\left(g^{\beta\ k}_{i\ \alpha}\right)$ a um único bivector covariante (ou contravariante).

---

(1) Lugar citado — pág. 21-23.

(1) Traduzimos assim a designação *flat*, do Prof. Einstein.

Mostra o Prof. Einstein que isso se consegue, definindo um bivector covariante $\left(g_{i\,k}^{\;\;\;\;\;\;}\right)$ e um bivector contravariante $\left(g^{i\,k}_{\alpha\beta}\right)$ relacionados pela equação

$$11)\qquad g^{i\,l}_{\alpha\beta}\, g_{l\,k}^{\;\;\;\;\;\;}_{\beta\alpha} = \delta^{i}_{k}\,.$$

E definindo, em seguida, o bivector mixto de transporte pelas relações

$$12)\qquad g^{\alpha}_{k\,\beta} = g^{\alpha\alpha}\, g_{lk\,\alpha\beta} = g^{\alpha\beta}\, g_{lk\,\beta\beta}\,,$$

a que correspondem as inversas

$$13)\qquad \begin{cases} g_{ik\,\alpha\beta} = g_{i\,l\,\alpha\alpha}\, g^{\alpha}_{k\,\beta} \\ g^{ik\,\alpha\beta} = g^{\alpha}_{l\,\beta}\, g^{ik\,\beta\beta}\,. \end{cases}$$

E mostra egualmente que as equações 11), 12) e 13) são compatíveis [1].

7) Fizemos tão pormenorizada referência ao artigo do Prof. Einstein para podermos analizar a generalização da teoria [2].

Poderá apoiar-se uma conexão finita apenas no postulado III)?

Se quisermos introduzir no transporte uma condição de simetria, a resposta é negativa, como mostra Einstein da seguinte maneira:

Devendo verificar-se as relações 11), 12) e 13), que são compatíveis entre si e com o postulado III), se fizermos, em 12), $\beta = \alpha$, resulta

$$g^{\alpha}_{k\,\alpha} = g^{\alpha\alpha}\, g_{lk\,\alpha\alpha}$$

Mas, de 11) resulta também

$$g^{i\,l}_{\alpha\alpha}\, g_{lk\,\alpha\alpha} = \delta^{i}_{k}\,.$$

Logo

$$g^{\alpha}_{k\,\alpha} = \delta^{i}_{k}$$

que é o postulado I_a).

O transporte que tem por base os postulados III) e I_a) é mais geral que o primitivo, visto que evita o postulado II).

Mas *não identifica os bivectores mixtos de transporte* $\left(g^{\alpha}_{k\,\beta}\right)$ e $\left(h^{\alpha}_{k\,\beta}\right)$, *visto que a identificação dêstes bivectores, expressa por 9), é conseqüência dos postulados III) e II_a); e não de III) e I_a)*, como por lapso, se diz, no comêço do artigo citado.

Isto é, o transporte generalizado *deixa de ter o mesmo bivector de definição*, para a covariância e para a contravariância.

8) Formulemos agora o seguinte postulado:

IV) *O transporte dum vector contravariante de α para β, seguido do transporte, de β para γ, do vector transportado para β, é equivalente ao transporte directo do mesmo vector de α para γ.*

Isto é, se $A^{k\,\beta} = g^{k\,\beta}_{i\,\alpha}\, A^{i\,\alpha}$ e $A^{l\,\gamma} = g^{l\,\gamma}_{i\,\alpha}\, A^{i\,\alpha}$,

tambem é

$$A^{l\,\gamma} = g^{l\,\gamma}_{k\,\beta}\, A^{k\,\beta}\,.$$

Daqui resulta

$$A^{l\,\gamma} = g^{l\,\gamma}_{i\,\alpha}\, A^{i\,\alpha} = g^{l\,\gamma}_{k\,\beta}\, g^{k\,\beta}_{i\,\alpha}\, A^{i\,\alpha}\,.$$

Portanto

$$14)\qquad g^{l\,\gamma}_{k\,\beta}\, g^{k\,\beta}_{i\,\alpha} = g^{l\,\gamma}_{i\,\alpha}\,.$$

Fazendo, em 14), $\gamma = \alpha$, resulta

$$15)\qquad g^{l\,\alpha}_{k\,\beta}\, g^{k\,\beta}_{i\,\alpha} = g^{l\,\alpha}_{i\,\alpha}\,.$$

---

[1]) Lugar citado — pág. 18.

[2]) Lugar citado — pág. 21-22.

Logo, se fôr

$$I_a)\ g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{i}} = \delta^l_i$$

também será

$$II_a)\ g^{\overset{l}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\, g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}} = \delta^l_i\,.$$

Quer dizer, se se verifica I_a), também se verifica II_a).

Portanto, os *postulados* III), IV), I_a) *têm os restantes como conseqüência e igualam os bivectores de transporte* $\left(g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\right)$ *e* $\left(h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\right)$.

Mostrou o Prof. Einstein que a equação 14) conduz necessàriamente a espaços planificáveis, se admitirmos o postulado *III*). Com efeito, de 14) resulta

$$16)\ g^{\overset{l}{\gamma}}_{\underset{\beta}{k}}\, g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}}\, h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\gamma}{m}} = g^{\overset{l}{\gamma}}_{\underset{\alpha}{i}}\, h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\gamma}{m}} = \delta^l_m \text{ (em virtude de } III).$$

Se supusermos fixo o ponto γ, podemos escrever

$$g^{\overset{l}{\gamma}}_{\underset{\beta}{k}} = \omega^{\overset{l}{\beta}}_{\underset{\beta}{k}} \quad \text{e} \quad h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\gamma}{m}} = \sigma^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{m}}\,;$$

isto é

$$17)\qquad \omega^{\overset{l}{\beta}}_{\underset{\beta}{k}}\, g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}}\, \sigma^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\alpha}{m}} = \delta^l_m\,.$$

A equação 17) mostra que o bivector $\left(g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}}\right)$ se reduz, por congelação, ao tensor de Kronecker. O espaço é, pois, planificável.

E como a introdução da simetria exige o postulado I_a), subsistirão os postulados *III), IV)* e I_a), tendo como conseqüência os restantes; e em 17) será $\omega = \sigma$, visto que se verifica 9). E a equação 16) toma a forma

$$16')\qquad g^{\overset{l}{\gamma}}_{\underset{\beta}{k}}\, g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}}\, g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\gamma}{m}} = \delta^l_m\,.$$

Obtém-se uma generalização, por enfraquecimento, do espaço planificável, tomando para equações do campo as que correspondem ao *traço* matricial de 16'). Isto é, fazendo $l = m$ e somando em l. Resulta

$$18)\qquad g^{\overset{l}{\gamma}}_{\underset{\beta}{k}}\, g^{\overset{k}{\beta}}_{\underset{\alpha}{i}}\, g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\gamma}{l}} = N,$$

sendo N o número de dimensões da variedade.

Sòmente, estas equações 18) devem ser regeitadas, como diz Einstein, porque dependem de três pontos do espaço e são escalares; ao passo que as variáveis $\left(g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\right)$ do campo dependem de dois pontos e são bivectores.

Não é nosso intento acompanhar o Prof. Einstein na subseqüente escolha das equações do campo, que ainda não tinha chegado a resultados satisfatórios, à data da publicação do artigo citado.

Quisemos apenas acentuar que os postulados *III)* e I_a), *só por si,* não igualam os bivectores $\left(g^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\right)$ e $\left(h^{\overset{i}{\alpha}}_{\underset{\beta}{k}}\right)$; e, se admitirmos o postulado *IV)*, juntamente com *III)* e I_a), não se evita o postulado *II)*.

TORSIÓGRAFO DE GEIGER

Interpretação dos torsiogramas na determinação do grau de irregularidade

PELOS ENG.os MECÂNICOS (I. S. T.)

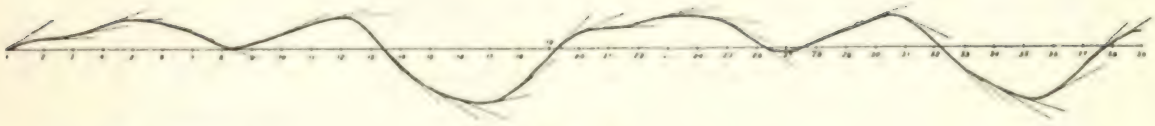
ANTÓNIO GOUVEIA PORTELA

JOSÉ JOAQUIM TOSCANO JÚNIOR

(Continuação)

III) Carga do motor: Freio + 5 kg

a) *Velocidade relativa*



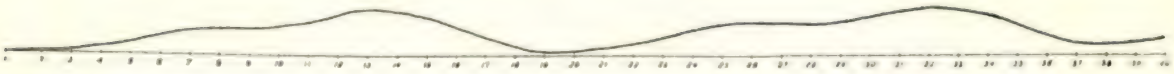
(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 23**

Factor de ampliação	5	
Escala dos deslocamentos . . .	1 mm	◇ 1/3 mm
Escala do tempo	1 mm	◇ 0,006 seg
Escala da velocidade	1	◇ 55,5 mm/seg

QUADRO X

Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg
1	+ 0,62	− 26,0	14	− 0,90	+ 50,0	27	0	0
2	+ 0,10	− 5,5	15	− 0,62	+ 34,4	28	+ 0,40	− 22,2
3	+ 0,18	− 10,0	16	− 0,40	+ 22,2	29	+ 0,40	− 22,2
4	+ 0,40	− 22,2	17	+ 0,15	− 8,3	30	+ 0,40	− 22,2
5	0	0	18	+ 0,79	− 43,8	31	− 0,50	+ 27,8
6	− 0,30	+ 16,6	19	+ 0,76	− 42,2	32	− 0,95	+ 51,8
7	− 0,50	+ 27,8	20	+ 0,42	− 23,3	33	− 0,80	+ 44,4
8	− 0,31	+ 17,2	21	+ 0,04	− 2,2	34	− 0,62	+ 34,4
9	+ 0,30	− 16,6	22	+ 0,25	− 13,9	35	− 0,30	+ 16,6
10	+ 0,40	− 22,2	23	+ 0,16	− 8,9	36	+ 0,54	− 30,0
11	+ 0,28	− 15,5	24	− 0,06	+ 3,3	37	+ 0,88	− 48,8
12	+ 0,08	− 4,4	25	− 0,5	+ 27,8	38	+ 0,60	− 33,3
13	− 1,12	+ 62,0	26	− 0,7	+ 38,8			

b) *Velocidade de transporte*



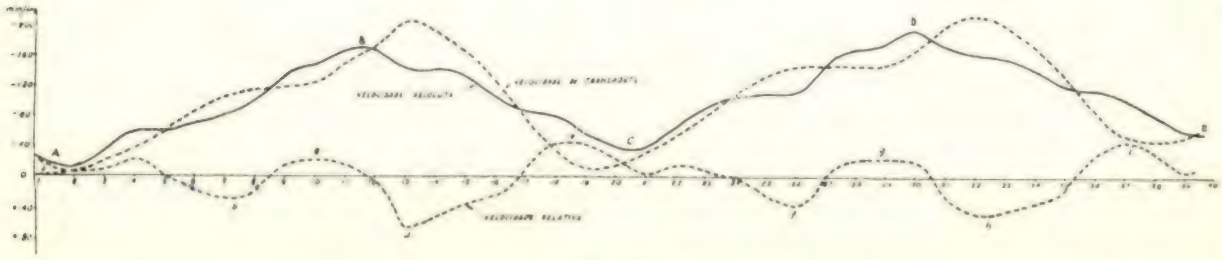
(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 24**

Factor de ampliação	5	
Escala do intégrafo	1 mm ◇	50 mm²
Escala do tempo	1 mm ◇	0,006 seg
Escala das molas	1 mm ◇	1,12 m/seg²
Escala da velocidade	1 mm ◇	13,45 mm/seg

QUADRO XI

Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg
1	0	0	14	+ 14,6	− 196,5 + C	27	+ 10,8	− 145,0 + C
2	+ 0,5	− 6,7 + C	15	+ 12,5	− 168,0 + C	28	+ 10,8	− 145,0 + C
3	+ 1,5	− 20,2 + C	16	+ 9,5	− 128,0 + C	29	+ 11,2	− 150,0 + C
4	+ 2,5	− 33,6 + C	17	+ 5,8	− 78,0 + C	30	+ 12,8	− 172,0 + C
5	+ 4,5	− 60,5 + C	18	+ 2,6	− 35,0 + C	31	+ 15,0	− 202,0 + C
6	+ 6,5	− 87,5 + C	19	+ 0,9	− 12,1 + C	32	+ 16,0	− 215,0 + C
7	+ 7,8	− 105,0 + C	20	+ 1,2	− 16,2 + C	33	+ 15,4	− 207,0 + C
8	+ 8,5	− 114,0 + C	21	+ 2,4	− 32,3 + C	34	+ 13,2	− 177,5 + C
9	+ 8,8	− 118,5 + C	22	+ 4,0	− 54,0 + C	35	+ 10,2	− 137,0 + C
10	+ 9,2	− 124,0 + C	23	+ 6,0	− 80,8 + C	36	+ 6,5	− 87,5 + C
11	+ 11,4	− 153,5 + C	24	+ 8,2	− 110,0 + C	37	+ 4,2	− 56,5 + C
12	+ 13,0	− 175,0 + C	25	+ 10,0	− 134,5 + C	38	+ 3,6	− 48,4 + C
13	+ 15,0	− 202,0 + C	26	+ 11,0	− 148,0 + C			

c) *Velocidade absoluta*



(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 25**

d) *Grau de irregularidade*

Variações de velocidade

Trôço AB	— 158	mm/seg
» BC	+ 136	»
» CD	— 160	»
» DE	+ 135	»

Velocidade média

$$V_m = \frac{\pi \times 600 \times 483}{60} = 15150 \text{ mm/seg}$$

Grau de irregularidade

Trôço AB . . . . . $\frac{158}{15150} = 1{,}04\,\%$

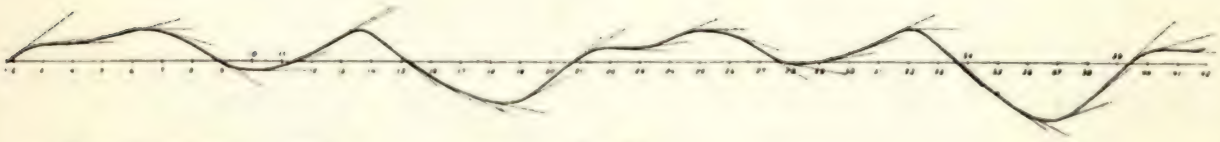
» BC . . . . . $\frac{136}{15150} = 0{,}90\,\%$

» CD . . . . . $\frac{160}{15150} = 1{,}06\,\%$

» DE . . . . . $\frac{135}{15150} = 0{,}89\,\%$

IV) **Carga do motor: Freio + 0 kg**

a) *Velocidade relativa*



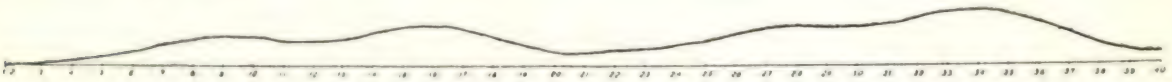
(Redução da zincogravura: 1/2,5) Fig. 26

Factor de ampliação	5	
Escala dos deslocamentos	1 mm	◇ 1/3 mm
Escala do tempo.	1 mm	◇ 0,006 seg
Escala da velocidade	1	◇ 55,5 mm/seg

QUADRO XII

Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg
1	+ 0,80	— 44,4	15	— 0,65	+ 36,1	29	+ 0,18	— 10,0
2	+ 0,82	— 45,5	16	— 0,60	+ 33,3	30	+ 0,35	— 19,4
3	+ 0,15	— 8,3	17	— 0,48	+ 26,6	31	+ 0,47	— 26,1
4	+ 0,04	— 2,2	18	— 0,24	+ 13,3	32	0	0
5	+ 0,30	— 16,7	19	+ 0,46	— 25,5	33	— 0,80	+ 44,4
6	+ 0,22	— 12,2	20	+ 0,82	— 45,5	34	— 0,92	+ 51,0
7	— 0,25	+ 13,9	21	+ 0,60	— 33,3	35	— 0,70	+ 38,9
8	— 0,56	+ 31,1	22	— 0,02	+ 1,1	36	— 0,54	+ 30,0
9	— 0,54	+ 30,0	23	+ 0,14	— 7,8	37	+ 0,30	— 16,7
10	0	0	24	+ 0,45	— 25,0	38	+ 0,78	— 43,3
11	+ 0,26	— 14,4	25	+ 0,04	— 2,2	39	+ 0,74	— 41,0
12	+ 0,48	— 26,6	26	— 0,30	+ 16,7	40	+ 0,26	— 14,4
13	+ 0,60	— 33,3	27	— 0,65	+ 36,1			
14	— 0,68	+ 37,7	28	— 0,18	+ 10,0			

b) *Velocidade de transporte*



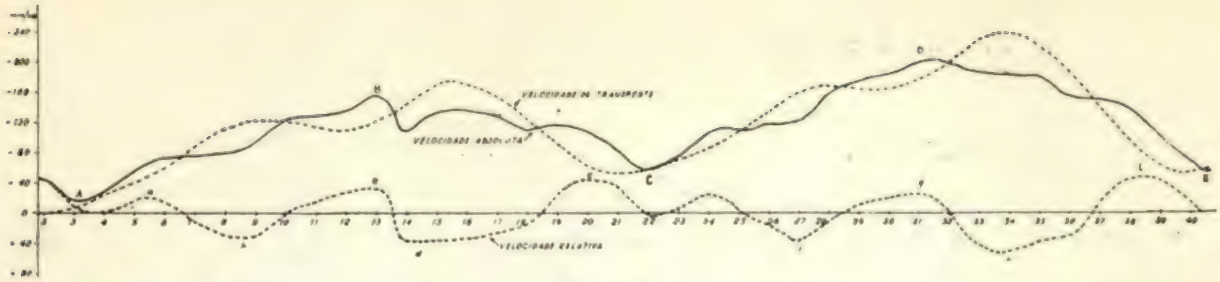
(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 27**

Factor de ampliação 5
Escala do intégrafo . . . . . 1 mm ◇ 50 mm²
Escala do tempo . . . . . 1 mm ◇ 0,006 seg
Escala das molas . . . . . 1 mm ◇ 1,12 m/seg²
Escala da velocidade . . . . . 1 mm ◇ 13,55 mm/seg

QUADRO XIII

Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg
1	0	0	15	+ 12,6	— 169,0 + C	29	+ 12,2	— 164,0 + C
2	0	0	16	+ 12,6	— 169,0 + C	30	+ 12,2	— 164,0 + C
3	+ 0,5	— 6,7 + C	17	+ 11,5	— 154,5 + C	31	+ 13,2	— 177,5 + C
4	+ 1,8	— 24,2 + C	18	+ 9,2	— 124,0 + C	32	+ 14,8	— 199,0 + C
5	+ 3,0	— 40,4 + C	19	+ 6,8	— 91,5 + C	33	+ 17,0	— 229,0 + C
6	+ 4,4	— 59,2 + C	20	+ 4,6	— 61,8 + C	34	+ 17,6	— 236,5 + C
7	+ 6,6	— 88,8 + C	21	+ 4,0	— 53,8 + C	35	+ 16,5	— 222,0 + C
8	+ 8,2	— 110,0 + C	22	+ 4,4	— 59,2 + C	36	+ 13,8	— 186,0 + C
9	+ 9,0	— 121,0 + C	23	+ 5,2	— 70,0 + C	37	+ 10,2	— 137,0 + C
10	+ 9,0	— 121,0 + C	24	+ 6,2	— 83,4 + C	38	+ 7,0	— 94,2 + C
11	+ 8,4	— 113,0 + C	25	+ 8,0	— 107,6 + C	39	+ 4,6	— 61,8 + C
12	+ 8,2	— 110,0 + C	26	+ 10,0	— 134,5 + C	40	+ 4,2	— 56,5 + C
13	+ 9,0	— 121,0 + C	27	+ 11,8	— 158,8 + C			
14	+ 10,8	— 145,0 + C	28	+ 12,5	— 168,0 + C			

c) *Velocidade absoluta*



(*Redução da zincogravura: 1/2,5*)

Fig. 28

d) *Grau de irregularidade*

Variações de velocidade

Trôço AB.	−140	mm/seg
» BC.	+100	»
» CD.	−148	»
» DE.	+146	»

Velocidade média

$$V_m = \frac{\pi \times 600 \times 490}{60} = 15400 \text{ mm/seg}$$

Grau de irregularidade

Trôço AB	$\frac{140}{15400} = 0{,}91\,\%$
» BC	$\frac{100}{15400} = 0{,}65\,\%$
» CD	$\frac{148}{15400} = 0{,}96\,\%$
» DE	$\frac{146}{15400} = 0{,}95\,\%$

V) **Carga do motor: 0 kg**

a) *Velocidade relativa*

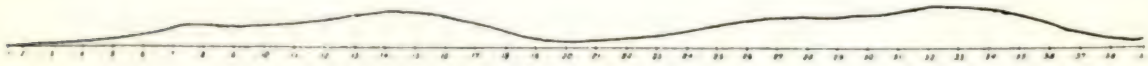
(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 29**

Factor de ampliação	5	
Escala dos deslocamentos	1 mm	◇ 1/3 mm
Escala do tempo.	1 mm	◇ 0,006 seg
Escala da velocidade.	1	◇ 55,5 mm/seg

QUADRO XIV

Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg	Pontos	Derivadas	Velocidades mm/seg
1	+ 0,54	− 30,0	14	− 0,75	+ 41,6	27	− 0,32	+ 17,8
2	+ 0,23	− 12,7	15	− 0,38	+ 21,1	28	+ 0,04	− 2,2
3	0	0	16	− 0,54	+ 30,0	29	+ 0,06	− 3,3
4	+ 0,38	− 21,1	17	0	0	30	+ 0,06	− 3,3
5	+ 0,28	− 15,5	18	+ 0,50	− 27,8	31	+ 0,05	− 2,8
6	0	0	19	+ 0,90	− 50,0	32	− 0,64	+ 35,5
7	− 0,36	+ 20,0	20	+ 0,70	− 38,9	33	− 0,45	+ 25,0
8	− 0,38	+ 21,1	21	− 0,12	+ 6.7	34	− 0,50	+ 27,8
9	− 0,12	− 6,7	22	+ 0,05	− 2,8	35	− 0,41	+ 22,8
10	+ 0,25	− 13,9	23	+ 0,35	− 19,4	36	0	0
11	+ 0,25	− 13,9	24	+ 0,35	− 19,4	37	+ 0,35	− 19,4
12	+ 0,47	− 26,1	25	− 0,20	+ 11,1	38	+ 0,75	− 41,6
13	− 0,45	+ 25,0	26	− 0,22	+ 12,2	39	+ 0,26	− 14,4

b) *Velocidade de transporte*



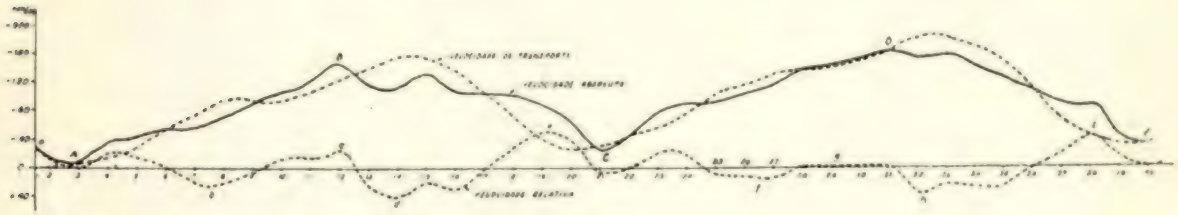
(Redução da zincogravura: 1/2,5) **Fig. 30**

Factor de ampliação	5	
Escala do intégrafo	1 mm	◇ 50 mm²
Escala do tempo	1 mm	◇ 0,006 seg
Escala das molas.	1 mm	◇ 1,12 m/seg²
Escala da velocidade	1 mm	◇ 13,45 mm/seg

QUADRO XV

Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg
1	0	0	14	+ 11,5	− 155,0 + C	27	+ 9,7	− 130,0 + C
2	+ 0,3	− 4,0 + C	15	+ 11,2	− 151,0 + C	28	+ 10,0	− 134,0 + C
3	+ 0,7	− 9,4 + C	16	+ 10,0	− 134,0 + C	29	+ 10,4	− 140,0 + C
4	+ 1,0	− 13,4 + C	17	+ 7,8	− 105,0 + C	30	+ 11,0	− 148,0 + C
5	+ 2,2	− 29,6 + C	18	+ 5,1	− 68,7 + C	31	+ 12,0	− 161,5 + C
6	+ 4,0	− 53,8 + C	19	+ 3,0	− 40,4 + C	32	+ 13,5	− 181,5 + C
7	+ 5,7	− 76,8 + C	20	+ 2,0	− 26,8 + C	33	+ 13,5	− 181,5 + C
8	+ 7,0	− 94,3 + C	21	+ 2,5	− 33,6 + C	34	+ 12,5	− 168,0 + C
9	+ 7,0	− 94,3 + C	22	+ 3,0	− 40,4 + C	35	+ 11,0	− 148,0 + C
10	+ 7,0	− 94,3 + C	23	+ 4,0	− 53,8 + C	36	+ 8,0	− 108,0 + C
11	+ 7,8	− 105,0 + C	24	+ 5,5	− 74,0 + C	37	+ 5,0	− 67,4 + C
12	+ 9,0	− 121,0 + C	25	+ 7,5	− 101,0 + C	38	+ 3,2	− 43,0 + C
13	+ 10,3	− 138,5 + C	26	+ 8,6	− 115,0 + C	39	+ 2,5	− 33,6 + C

c) *Velocidade absoluta*



(Redução da zincogravura: 1/2,5)

Fig. 31

d) *Grau de irregularidade*

Variações de velocidade

Trôço AB	− 136	mm/seg
» BC	+ 124	»
» CD	− 144	»
» DE	+ 132	»

Velocidade média

$$V_m = \frac{\pi \times 600 \times 500}{60} = 15700 \text{ mm/seg}$$

Trôço AB . . . . . $\frac{136}{15700} = 0{,}87\ \%$

» BC . . . . . $\frac{124}{15700} = 0{,}79\ \%$

» CD . . . . . $\frac{144}{15700} = 0{,}92\ \%$

» DE . . . . . $\frac{132}{15700} = 0{,}84\ \%$

VI) Influência da ordenada base de integração no valor do grau de irregularidade

Já mostrámos a importância da escolha da ordenada base comparando os resultados da integração de uma mesma curva. Essa curva tinha sido obtida com uma carga de 15 kg no freio e fizemos a determinação das variações de velocidade, tomando como base de integração a ordenada média do diagrama. Vamos, agora, fazer a mesma determinação mas tomando para base de integração uma linha que fica 0,25 mm acima daquela.

a) *Velocidade de transporte*

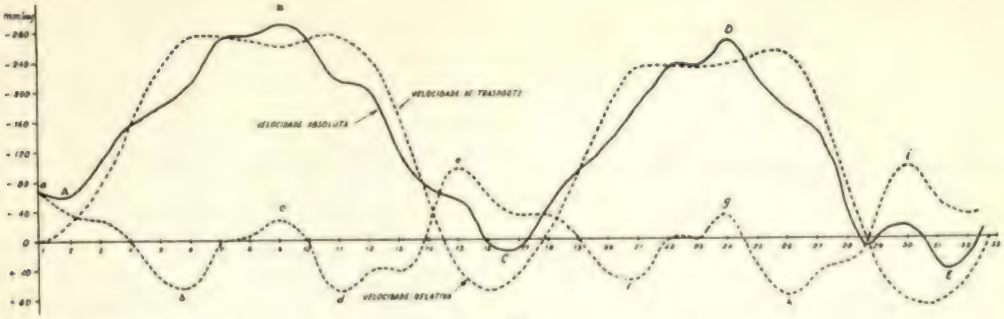
(Redução da zincogravura: 1/2,5) Fig. 32

Factor de ampliação 4
Escala do intégrafo. . . . . 1 mm ◇ 50 mm²
Escala do tempo. . . . . 1 mm ◇ 0,006 seg
Escala das molas . . . . . 1 mm ◇ 1,12 m/seg²
Escala da velocidade . . . . . 1 mm ◇ 21 mm/seg

QUADRO XVI

Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg	Pontos	Ordenadas mm	Velocidades mm/seg
1	0	0	12	+ 11,6	— 244,0 + C	23	+ 11,0	— 231,0 + C
2	+ 1,2	— 25,2 + C	13	+ 8,0	— 168,0 + C	24	+ 11,2	— 235,0 + C
3	+ 3,6	— 75,6 + C	14	+ 2,5	— 52,5 + C	25	+ 12,0	— 252,0 + C
4	+ 7,4	— 155,0 + C	15	— 2,0	+ 42,0 + C	26	+ 11,8	— 248,0 + C
5	+ 11,0	— 231,0 + C	16	— 3,2	+ 67,2 + C	27	+ 9,2	— 193,0 + C
6	+ 13,0	— 273,0 + C	17	— 2,2	+ 46,2 + C	28	+ 3,6	— 75,0 + C
7	+ 13,0	— 273,0 + C	18	+ 0,6	— 12,6 + C	29	— 2,0	+ 42,0 + C
8	+ 12,8	— 269,0 + C	19	+ 4,4	— 92,4 + C	30	— 4,0	+ 84,0 + C
9	+ 12,4	— 260,0 + C	20	+ 8,4	— 176,5 + C	31	— 4,0	+ 84,0 + C
10	+ 13,0	— 273,0 + C	21	+ 11,0	— 231,0 + C			
11	+ 13,0	— 273,0 + C	22	+ 11,0	— 231,0 + C			

b) *Velocidade absoluta*



(Redução da zincogravura : 1/2,5) Fig. 33

c) *Grau de irregularidade*

Variações de velocidade

Trôço AB	. . . . .	— 232 mm/seg
» BC	. . . . .	+ 304 »
» CD	. . . . .	— 282 »
» DE	. . . . .	+ 308 »

Velocidade média

$$V_m = 14750 \text{ mm/seg}$$

Grau de irregularidade

Trôço AB	. . . . .	$\frac{232}{14750} = 1{,}57\ \%$
» BC	. . . . .	$\frac{304}{14750} = 2{,}06\ \%$
» CD	. . . . .	$\frac{282}{14750} = 1{,}91\ \%$
» DE	. . . . .	$\frac{308}{14750} = 2{,}09\ \%$

d) *Comparação dos resultados*

Comparando estes valores com os que tinham sido obtidos primitivamente, temos:

QUADRO XVII

	1.º caso	2.º caso	Desvios
Trôço AB	1,65	1,57	— 4,9 %
» BC	1,84	2,06	+ 12 %
» CD	2,20	1,91	— 13,2 %
» DE	1,97	2,09	+ 6 %

Estes resultados mostram:

1.º — a escolha da ordenada base de integração não pode ser desprezada pois um pequeno desvio — 0,25 mm — deu lugar a uma diferença no valor do grau de irregularidade da ordem dos 13 %;

2.º — atendendo, porém, a que um desvio de 0,25 mm se pode considerar como o maior êrro susceptível de ser praticado na determinação da ordenada média, a influência dêste no valor do grau de irregularidade não vai ser superior a 13 %.

D) Determinação do grau de irregularidade pelo método do Dr. Geiger

Uma vez determinado o grau de irregularidade pelo método B, resta-nos comparar os valores obtidos com os do método clássico do Dr. Geiger. Para que os resultados dessa comparação não venham afectados de erros de experimentação, vamos utilizar os mesmos torsiogramas que sérviram para o método B.

No capítulo anterior tivemos necessidade de traçar as curvas da velocidade relativa do tambor para cada carga do motor. As oscilações dessas curvas dão-nos os valores de $a_{pos} + a_{neg}$ que juntamente com os valores das velocidades médias periféricas, também já calculados, entram na determinação do grau de irregularidade pelo método do Dr. Geiger.

Não temos mais do que tomar nota dêsses valores e entrar com êles na expressão

$$\delta = \frac{a_{pos} + a_{neg}}{V_m}$$

que nos dá os valores registados a seguir.

I) Carga do motor: Freio + 15 kg

QUADRO XVIII

	Variação de velocidade $a_{pos} + a_{neg}$ mm/seg	Velocidade média mm/seg	Grau de irregularidade
Trôço ab	132,0	14750	0,89 %
» bc	91,5	»	0,62
» cd	97,1	»	0,66
» de	166,4	»	1,13
» ef	150,0	»	1 02
» fg	86,0	»	0,58
» gh	106,0	»	0,72
» hi	174,0	»	1,18

II) Carga do motor: Freio + 10 kg

QUADRO XIX

	Variação de velocidade $a_{pos} + a_{neg}$ mm/seg	Velocidade média mm/seg	Grau de irregularidade
Trôço ab	84,0	14950	0,57 %
» bc	48,0	»	0,33
» cd	66,0	»	0,45
» de	130,0	»	0,87
» ef	92,0	»	0,63
» fg	40,0	»	0,27
» gh	80,0	»	0,54
» hi	128,0	»	0,86

III) Carga do motor: Freio + 5 kg

QUADRO XX

	Variação de velocidade $a_{pos} + a_{neg}$ mm/seg	Velocidade média mm/seg	Grau de irregularidade
Trôço ab	52,0	15150	0,34 %
» bc	48,0	»	0,32
» cd	88,0	»	0,58
» de	105,8	»	0,70
» ef	84,0	»	0,55
» fg	60,0	»	0,40
» gh	74,0	»	0,49
» hi	100,0	»	0,66

IV) Carga do motor: Freio + 0 kg

QUADRO XXI

—	Variação de velocidade $a_{pos} + a_{neg}$ mm/seg	Velocidade média mm/seg	Grau de irregularidade
Trôço ab	84,0	15400	0,56 %
» bc	66,0	»	0,43
» cd	68,0	»	0,44
» de	83,2	»	0,54
» ef	80,0	»	0,52
» fg	60,0	»	0,39
» gh	80,0	»	0,52
» hi	98,0	»	0,64

V) Carga do motor: 0 kg

QUADRO XXII

	Variação de velocidade $a_{pos} + a_{neg}$ mm/seg	Velocidade média mm/seg	Grau de irregularidade
Trôço ab	52,0	15700	0,33 %
» bc	48,0	»	0,31
» cd	66,0	»	0,44
» de	91,6	»	0,58
» ef	66,0	»	0,44
» fg	16,0	»	0,10
» gh	36,0	»	0,23
» hi	80,0	»	0,51

E) Comparação dos resultados obtidos pelos dois processos

A comparação oferece algumas dificuldades porque não são simultâneos os máximos da curva «velocidade absoluta» e os da curva «velocidade relativa». Guardando, porém, uma relativa aproximação e desprezando algumas pequenas oscilações que se verificam principalmente para as cargas baixas podemos estabelecer o seguinte quadro:

QUADRO XXIII

Carga	Método B		Método do Dr. Geiger		Carga	Método B		Método do Dr. Geiger	
Freio + + 15 kg	AB	− 1,65 %	ab bc	+ 0,89 % − 0,62	Freio + + 10 kg	AB	− 1,82 %	ab bc	+ 0,75 % − 0,33
	BC	+ 1,84	cd de	+ 0,66 − 1,13		BC	+ 1,79	cd de	+ 0,45 − 0,87
	CD	− 2,20	ef fg	+ 1,02 − 0,58		CD	− 2,04	ef fg	+ 0,63 − 0,27
	DE	+ 1,97	gh hi	+ 0,72 − 1,18		DE	+ 2,22	gh hi	+ 0,54 − 0,86
Freio + + 5 kg	AB	− 1,04	ab bc	+ 0,34 − 0,32	Freio + + 0 kg	AB	− 0,91	ab bc	+ 0,56 − 0,43
	BC	+ 0,90	cd de	+ 0,58 − 0,70		BC	+ 0,65	cd de	+ 0,44 − 0,54
	CD	− 1,06	ef fg	+ 0,55 − 0,40		CD	− 0,96	ef fg	+ 0,52 − 0,39
	DE	+ 0,86	gh hi	+ 0,49 − 0,66		DE	+ 0,95	gh hi	+ 0,52 − 0,64
0 kg	AB	− 0,87	ab bc	+ 0,33 − 0,31	0 kg	CD	− 0,92	ef fg	+ 0,44 − 0,10
	BC	+ 0,79	cd de	+ 0,44 − 0,58		DE	+ 0,84	gh hi	+ 0,23 − 0,51

Neste quadro verifica-se que:

1.º — a curva obtida pelo método B está em perfeita concordância com o funcionamento do motor, pois em cada ciclo de quatro tempos, temos duas oscilações AB e BC ou CD e DE, uma correspondente a uma diminuïção de velocidade (admissão e compressão) e outra a um aumento (expansão e escape);

2.º — pelo método do Dr. Geiger obtêm-se, para cada ciclo, quatro oscilações que, de maneira nenhuma, correspondem ao funcionamento do motor;

3.º — os valores obtidos pelo método do Dr. Geiger são sempre inferiores aos dados pelo método B;

4.º — aos valores mais elevados obtidos pelo primeiro processo nem sempre correspondem os maiores valores obtidos pelo segundo;

5.º — há uma tendência para se verificarem os valores mais elevados nas oscilações *CD* e *de* que não são simultâneas mas que se seguem uma à outra;

6.º — as relações entre os valores destas oscilações são:

Carga: Freio + 15 kg . . . . . $\frac{2,20}{1,13} = 1,95$

Freio + 10 kg . . . . . $\frac{2,04}{0,87} = 2,35$

Freio + 5 kg . . . . . $\frac{1,06}{0,70} = 1,52$

Freio + 0 kg . . . . . $\frac{0,96}{0,54} = 1,78$

0 kg . . . . . $\frac{0,92}{0,58} = 1,59$

cujo valor médio é 1,84 com um desvio máximo de 27,7 %.

Comparemos, agora, os valores que se obtêm multiplicando os do método do Dr. Geiger pelo coeficiente médio 1,84 com os obtidos pelo método B:

QUADRO XXIV

Carga	1,84 × mét. Geiger	Método B	Diferenças
Freio + 15 kg	2,08 %	2,19 %	− 5 %
Freio + 10 kg	1,6	2,04	− 21,5
Freio + 5 kg	1,29	1,06	+ 21,7
Freio + 0 kg	0,99	0,96	+ 3,5
0 kg	1,07	0,92	+ 16,3

Em resumo, podemos concluir que:

1.º — considerando o movimento do volante uniforme (método do Dr. Geiger) os valores obtidos para o grau de irregularidade são bastante inferiores aos verdadeiros;

2.º — com uma aproximação não inferior a 22 %, o que é perfeitamente aceitável dada a natureza da grandeza medida, podemos dizer que os valores obtidos pelo método do Dr. Geiger são 1,84 vezes menores que os obtidos pelo método B, para o motor ensaiado e para o par de molas empregado;

3.º — o êrro cometido no método do Dr. Geiger ao desprezar a variação da velocidade de transporte, depende das molas empregadas e aumenta com a sua tensão. Se as molas tivessem uma tensão infinita, a velocidade relativa seria nula e a velocidade de transporte igual à velocidade absoluta.

O emprêgo de molas de tal modo fracas que não alterassem a constância da velocidade de transporte não é pràticamente possível porque daria lugar, em geral, a grandes deslocamentos relativos do tambor do torsiógrafo incompatíveis com a construção do aparelho que só permite deslocamentos angulares até 20°.

F) Correspondência entre o grau de irregularidade e as amplitudes do torsiograma

Para o mesmo motor e para o mesmo número de rotações, a forma do torsiograma repete-se de ciclo para ciclo e mesmo de carga para carga. É de esperar, portanto, que se possa relacionar o grau de irregularidade com as amplitudes de torsiograma.

Determinemos, tanto no diagrama das velocidades absolutas como no torsiograma, os comprimentos correspondentes a cada ciclo do motor e façamos a correspondência entre a amplitude máxima e a maior variação de velocidade. Temos, então:

QUADRO XXV

Carga	Maior variação de velocidade δ %	Amplitude A mm	Relação δ / A
Freio + 15 kg	1,84 2,20	11,0 11,6	0,167 0,189
Freio + 10 kg	1,82 2,22	9,5 10,5	0,192 0,212
Freio + 5 kg	1,04 1,06	6,0 6,0	0,174 0,176
Freio + 0 kg	0,91 0,96	5,4 6,0	0,169 0,160
0 kg	0,87 0,92	4,5 4,6	0,193 0,199

O valor médio dos cocientes obtidos é 0,183 verificando-se um desvio máximo de 15,8 %.

Se determinarmos as variações de velocidade a partir das amplitudes registadas, entrando com o valor médio 0,183 e as compararmos com os valores reais, obtemos, como se vê no quadro seguinte, um desvio máximo de 14,6 %, entre êstes dois valores:

QUADRO XXVI

Cargas	Amplitudes × 0,183	Variações de velocidade Método B	Desvios
Freio + 15 kg	2,01 % 2,12	1,84 % 2.20	+ 9,3 % — 3,2
Freio + 10 kg	1,74 1,92	1,82 2.22	— 4,4 — 13,5
Freio + 5 kg	1,10 1,10	1,04 1,06	+ 5,8 + 4,3
Freio + 0 kg	0,99 1,10	0,91 0,96	+ 8,6 + 14,6
0 kg	0,82 0,84	0,87 0,92	— 5,0 — 8,3

Mais adiante mostra-se como pode ser aproveitada esta propriedade no estudo dum motor que funcione com um número de rotações constante.

G) Conclusões finais

Da comparação do método do Dr. Geiger com o método B, resulta que:

1.º — o primeiro apresenta um êrro sistemático dependente das molas utilizadas;

2.º — o primeiro é um processo cómodo mas a variação de velocidade do volante de torsiógrafo é suficientemente grande para que o não possamos considerar como exacto. As molas empregadas nos ensaios estão longe de se poderem considerar fortes e, no entanto, o êrro verificado é da ordem dos 80 %;

3.º — no caso de pretendermos ùnicamente fazer um estudo comparativo do grau de irregularidade de várias máquinas ou de uma mesma máquina submetida a cargas diversas, os resultados obtidos pelo método do Dr. Geiger são suficientes, pois o êrro cometido é sensìvelmente constante. *Contudo só é lícito comparar resultados desde que os ensaios sejam todos feitos com o mesmo par de molas;*

4.º — a determinação do grau de irregularidade pelo método B é bastante trabalhosa e tornaria bastante demorado o estudo da sua variação com a carga do motor;

5.º — podemos abreviar bastante o estudo referido em 4.º se atendermos às conclusões a que chegámos em F) que nos permitem proceder da seguinte maneira:

a) aplicar o método B à determinação cuidadosa do grau de irregularidade para uma carga, de preferência a mais elevada;

b) determinar o coeficiente

$$\frac{\text{grau de irregularidade}}{\text{amplitude do torsiograma}}$$

referindo cada uma das grandezas, ao mesmo ciclo do motor;

c) para as restantes cargas será suficiente tirar, com o mesmo par de molas, torsiogramas e medir a sua amplitude máxima. O grau de irregularidade será dado pelo produto dessa amplitude máxima pelo coeficiente determinado em *b*).

Conditions géologiques générales des projets d'aménagements hydro-électriques au Portugal

PELO PROF. MAURICE GIGNOUX
Reitor da Faculdade de Ciências de Grenoble

Dentro da orientação que preside à elaboração dos estudos dos nossos aproveitamentos hidroeléctricos, a cargo da Direcção Geral dos Serviços Hidráulicos, especial atenção têm merecido os estudos geológicos.

Assim, promoveu-se a vinda a Portugal do eminente geólogo Prof. Gignoux, que visitou grande parte dos locais de barragens e sôbre cada um dêles emitiu parecer especial.

Do conjunto das suas visitas resultou por seu turno o estudo geral que hoje, devidamente autorizados, transcrevemos.

La présente étude a été rédigée à la suite d'une mission qui m'avait été confiée par la Direcção Geral dos Serviços Hidráulicos e Eléctricos (Ministério das Obras Públicas e Comunicações).

Ao cours de cette mission, effectuée du 25 septembre au 30 octobre 1941, j'ai examiné des emplacements de barrages projetés sur les cours d'eau suivants:

Rio Cávado et son affluent le Rio Rabagão, Rio Douro, Rio Zêzere (affluent du Rio Tejo), Rio Guadiana et son affluent le Rio Degebe.

Chacun de ces emplacements de barrages a fait l'objet d'un Rapport particulier, accompagné de photographies [1] auxquelles je renverrai. La présente étude développe des considérations générales s'appliquant à plusieurs barrages et qui pour plus de brièveté, n'ont pas été répétées à propos de chacun d'eux.

J'ai en outre étudié, pour le compte de la société Hidro-Eléctrica Alto Alentejo, les projets de barrages de Belver, sur le Rio Tejo, de Pracana et d'Almourão, sur le Rio Ocreza (affluent du Rio Tejo).

Enfin j'ai eu l'occasion de visiter le barrage réalisé de Guilhofrei, sur le Rio Ave, et le barrage en cours de construction de Idanha-a-Nova, sur le Rio Ponsul (affluent du Rio Tejo); ces visites m'ont permis des comparaisons très instructives.

De sorte qu'au total la liste de tous les barrages projetés ou réalisés dont il sera question ici s'établit comme suit, approximativement du Nord au Sud, et, pour chaque cours d'eau, d'aval en amont; pour chaque barrage on a indiqué la roche de fondation:

Rio Cávado . . .	Barrage projeté de Parada	Granite.
	Barrage projeté de Lavandeiras	Granite.
Rio Rabagão . .	Barrage projeté de Venda Nova	Granite et schistes.
Rio Ave	Barrage réalisé de Guilhofrei	Granite.
Rio Douro . . .	Emplacements envisagés près Bitetos	Granite.

[1] As fotografias a que aqui se alude não são publicadas.

Rio Zêzere . . .	Barrage projeté de Castelo do Bode	Schistes cristallins.
	Barrage projeté du Ponte da Bouçã	Granite et schistes.
	Barrage projeté de Cabril de Pedrógão. . . .	Granite.
Rio Tejo	Barrage projeté de Belver	Schistes.
Rio Ocreza . . .	Barrage projeté de Pracana	Schistes.
	Barrage projeté d'Almourão	Quartzites.
Rio Ponsul . . .	Barrage en construction d'Idanha-a-Nova . . .	Granite.
Rio Guadiana. .	Barrage projeté du Pulo do Lôbo.	Schistes.
	Barrage projeté du Ponte de Quintos	Diorite.
	Barrage projeté de Pedrógão.	Granite.
	Barrage projeté de Barbosa	Schistes.
Rio Degebe . . .	Barrage projeté de Musgos.	Schistes.

Introduction — Généralités

Les cours d'eau que j'ai étudiés n'ont encore fait l'objet d'aucun aménagement hidro-eléctrique. Il a donc été possible, pour les ingénieurs des Estudos Hidráulicos, de choisir les emplacements de barrage de retenue de manière à pouvoir réaliser, plus ou moins rapidement, un *aménagement intégral et rationnel* de ces cours d'eau.

C'est là un gros avantage sur les pays où de tels aménagements sont déjà anciens et ont été réalisés peu à peu, sans aucune idée d'ensemble.

Comparés à ceux d'autres pays européens, les cours d'eau de la péninsule ibérique sont caractérisés par l'extrême faiblesse de leur *débit d'étiage* et par l'intensité extraordinaire et souvent la brièveté de leurs *crues*.

Il est donc impossible au Portugal, et surtout dans le Sud, d'envisager des utilisations «au fil de l'eau», comme cela a pu être fait dans d'autres pays. Pour régulariser les débits et créer des retenues saisonnières, on est donc amené à réaliser immédiatement des *barrages de très grande hauteur*; tandis qu'en France, grâce à des débits d'étiage plus forts et à des compensations saisonnières entre cours d'eau de régions voisines (Alpes et Massif central par exemple), il a été possible de construire d'abord de petits barrages, et d'en réaliser ensuite de plus élevés; au contraire, au Portugal on se trouve dans la nécessité d'entreprendre dès le début des ouvrages très importants.

Tous les emplacements de barrages que j'ai étudiés se trouvent dans l'immense massif de *terrains anciens et granitiques* appelé la *Meseta ibérique*.

Ces terrains anciens ont été affectés par des *plissements* très intenses, dont les derniers, survenus vers la fin de l'ère primaire, ont déterminé la formation d'une chaîne de montagnes, la *chaîne hercynienne*,, qui s'étendait d'ailleurs sur une grande partie de l'Europe.

Puis, dès le début de l'ère secondaire et pendant l'ère tertiaire, ces montagnes ont été arasées et nivelées en une immense «pénéplaine», c'est-à-dire en un *plateau* ondulé (*Meseta*), accidenté de quelques zones de relief qui ont subsisté jusqu'à nos jours et son ainsi devenues les *Serras* séparant les diverses régions de plateaux.

Enfin, vers la fin de l'ère tertiaire, le *réseau hydrographique* actuel s'est établi; les cours d'eau ont commencé à entailler les plateaux en y creusant des *vallées étroites et sinueuses, creusement*, qui s'est poursuivi pendant le Quarternaire et *se continue encore actuellement*.

Les parties les plus resserrées de ces vallées, les plus favorables aux *emplacements de barrages*, correspondent naturellement aux traversées de roches dures; telles sont les zones de *quartzites* qui, allongées en général du Sud-Est au Nord-Ouest, c'est-à-dire perpendiculairement à la direction générale des cours d'eau, déterminent sur ceux-ci des cluses (barrancos) à parois abruptes (exemple: barrage d'Almourão, barrage en construction de Santa Luzia, dont il ne sera pas question ici). Les *mas-*

sifs granitiques correspondent aussi à des emplacements possibles de barrages, mais moins bien délimités; souvent, ces emplacements peuvent être recherchés avec avantage près du point où le cours d'eau entre dans un massif de granite; en édifiant le barrage dans les granites, le bassin de retenue s'étendra alors dans les schistes plus tendres, où la vallée s'élargit brusquement. C'est ce qui est réalisé pour les barrages de Venda Nova, du Cabril de Pedrógão, du Ponte da Bouçã, etc. Enfin, dans les *schistes*, les bons emplacements de barrage seront beaucoup plus difficiles à trouver; ils correspondent le plus souvent à des zones plus dures, parce que plus cristallines (barrage du Castelo do Bode) ou plus quartzeuses (Barbosa).

Dans le Portugal du centre (bassin du Zêzere, du bas Tejo) et surtout dans le Portugal du Sud, la *surface de la Meseta* est encore bien conservée et nettement reconnaissable dans les panoramas (voir les photog. des Rapports sur le Rio Guadiana), malgré la multitude des vallons qui l'entaillent.

Au contraire, dans le Nord (Douro, Cávado, Rabagão), l'ancienne Meseta a été notablement surélevée, à plus de 1:000 m.; et l'érosion, très active, y a découpé des *vallées très profondes*, la surface de la Meseta a été partout entamée, de sorte que les vallées, au lieu d'être séparées par d'immenses plateaux, sont dominées par les *Serras* dont les profils irréguliers et déchiquetés barrent l'horizon (voir photog. Rapports Venda Nova, Lavandeiras).

Roches de fondation des barrages

Comme le montre la liste des barrages donnée, ces roches de fondation sont presque uniquement des granites et des schites; il n'y a exceptions que pour le barrage du Pont de Quintos, dans les *diorites*, et pour celui d'Almourão, dans les *quartzites*.

Pour ces deux roches, je renverrai aux deux rapports correspondants; et nous ne parlerons ici que des granites et des schistes.

1. — *Les granites:*

Ce sont des roches résultant de la consolidation d'un «magma» fondu, qui a recristallisé en se refroidissant lentement en profondeur: la roche apparaît donc comme une mosaïque de cristaux de *feldspath*, de *quartz* et de *mica noir*, auquel s'ajoute parfois du *mica blanc* (granite à deux micas).

Dans les massifs granitiques étudiés ici, les cristaux sont de grande dimension (granite porphyroïde), surtout ceux de feldspath, qui peuvent atteindre plusieurs centimètres.

Nos granites contiennent parfois des *enclaves schisteuses* (par exemple au barrage de Parada): ce sont des fragments de la roche schisteuse encaissante, qui ont été englobés dans le magma et n'ont pas fondu complètement.

Inversement, le long des bordures des massifs granitiques, on voit le granite émettre des sortes d'injections qui pénètrent sous forme de *filons* dans les schistes; le plus souvent ces filons sont formés d'une variété de granite à grain fin, riche en quartz, et ne contenant que du mica blanc et pas de mica noir: ce sont des *granulites* ou des *aplites* (à grain très fin).

Le quartz est de la silice cristallisée (SiO_2), très dure, tout à fait inattaquable aux agents atmosphériques.

Les *feldspath* sont des silicates d'Al, et de K, Na, Ca; le plus fréquent d'entre eux est l'orthose (K_2O, Al_2O_3, $6\,SiO_2$); ils sont assez facilement altérables sous l'action de l'eau de pluie et de l'acide carbonique de l'air; K, Na, Ca donnent avec CO_2 des carbonates, entraînés par l'eau; et il reste des silicates d'Al hydratés, c'est-à-dire des argiles.

Les *micas* sont également des silico-aluminates complexes, qui s'altèrent comme les feldspath; notons que le mica noir doit sa coloration au fer; quand il s'altère, ce fer donne des oxydes hydratés, c'est-à-dire de la «rouille»; de sorte que le granite frais reste d'une couleur claire («granite bleu» des carriers), tandis que le granite altéré est coloré en brun rougeâtre par la rouille résultant de l'altération du mica noir. Cette remarque permet aux ingénieurs de recon-

naître les premiers symptômes de l'altération des granites.

Le *granite frais* ou sain est tout à fait compact, car il est formé de cristaux solides engrenés les uns dans les autres.

Quand le granite commence à *s'altérer,* les feldspath deviennent d'abord friables: la roche n'est plus dure, mais peut s'abattre au pic. Puis, quand l'altération se poursuit, les feldspath, puis le mica, ne laissent plus comme résidus que des argiles, dans lesquelles subsistent, inaltérés, les grains de quartz du granite. La roche s'est alors transformée en une *arène,* c'est-à-dire en un sable argileux meuble et incohérent.

Dans nos granites frais, les cristaux ne sont ni brisés, ni déformés; cela semble bien montrer que la roche n'a subi aucun effort de compression ni de plissement important après sa consolidation; ils ont donc dû se consolider seulement après les grands plissements de la fin du Primaire; ce sont, comme on dit, des granites «*post-tectoniques*», à la différence de beaucoup de granites alpins, qui ont été profondement transformés et parfois rendus schisteux par des plissements postérieurs à leur consolidation (granites «ante-tectoniques»).

Par contre, nos granites portugais, post-tectoniques, étant restés rigides, non schisteux, sont des roches brisantes, dans lesquels les moindres déformations de la croûte terrestre ont pu déterminer des cassures ou «*diaclases*».

Ces diaclases constituent des voies de circulation facile pour les eaux souterraines. Dans les zones de fondation des barrages, il sera donc nécessaire de prévoir des *injections de ciment* colmatant ces diaclases, qui pourraient donner lieu à des pertes d'eau.

D'autre part, chaque diaclase constitue la surface de départ d'une *zone d'altération* qui s'élargit progressivement. Or le réseau des diaclases (voir par exemple les Rapports du Ponte da Bouçã et du Cabril de Pedrógão) découpe le granite en *polyèdres,* limités ainsi par ces zones d'altération dans lesquelles la roche devient meuble. Progressivement les angles de ces polyèdres s'arrondissent aux dépens de la zone altérée, de sorte que finalement les parties saines du granite subsistent comme des *boules* sphéroïdales ou ovoïdes au milieu de la roche altérée; si cette dernière, devenue sableuse, est entraînée par les eaux de ruisselement, la masse granitique sera réduite à un amoncellement de blocs arrondis, simulant de gigantesques galets roulés par les eaux, mais en réalité formés sur place (voir Rapports sur le barrage de Parada et sur le barrage de Pedrógão); le mode de formation de ces «*chaos granitiques*» est schématisé par la fig. 1; il a d'ailleurs été étudié en détail par E. Fleury dans un article intitulé: «Formes de désagrégation et d'usure en Portugal» (*Mémoires publiés par la Société portugaise des Sciences Naturelles.* Série géologique, n.° 1, Lisbonne, 1919).

Il arrive parfois que certaines parties d'un massif granitique ne montrent pas ou presque pas de diaclases. Alors, et probablement sous l'influence des variations de température et d'humidité, qui s'ordonnent parallèlement à la surface topographique, apparaîssent des surfaces de rupture et d'altération qui sont également en gros parallèles à cette surface topographique. Le massif granitique s'écaille alors comme un oignon dont on écarterait les diverses feuillets: c'est le phénomène connu sous le nom de «*desquamation*» ou «*exfoliation*» du granite, de sorte que la surface de la roche forme comme une sorte de carapace ou de cuirasse (voir les photog. des Rapports des barrages de Venda Nova et de Parada); parfois, ces grandes surfaces rocheuses lisses sont utilisées par les paysans comme «aires» à battre le blé.

Dans les granites ainsi décomposés par desquamation, les diaclases parallèles à la surface du terrain offrent des cheminements particulièrement faciles pour les *injections d'eau ou de ciment,* qui peuvent parfois ressortir à une grande distance des sondages: c'est ce qui s'est produit dans la zone de fondation rive gauche du barrage de Guilhofrei.

La connaissance de ces divers mécanismes d'altération est très importante à connaître pour l'ingénieur qui a à fonder des ouvrages sur des massifs granitiques.

Il est évident en effet que l'on doit autant

que possible fonder les barrages sur le rocher sain, après décapage des parties altérées.

Il importe donc de chercher à évaluer *l'épaisseur de cette zone superficielle altérée.* Et il est bien certain que cette épaisseur sera d'autant plus grande que l'altération aura eu plus de temps pour se propager en profondeur.

Or *l'érosion* tend à enlever sans cesse les parties altérées, à nettoyer ainsi les surfaces d'affleurement. Si l'érosion progresse plus vite que l'altération, le granite restera frais jusqu'à la surface; c'est ce qui se produit dans les *lits majeurs* des Rios portugais; là décapage ne sera nécessaire pour metre à nu la roche saine.

C'est ce qui se produit aussi sur les *pentes raides,* où les eaux de ruisselement peuvent constituer des agents d'érosion très actifs. Ainsi, dans les Alpes, où les vallées sont très escarpées, et où les anciens glaciers aucun sont aussi intervenus pour nettoyer la surface du rocher, le problème de l'altération du granite ne se pose pour ainsi dire pas pour les constructeurs de barrages.

Au contraire, dans la Meseta portugaise, où la surface topographique est aplanie et très ancienne, et l'action des eaux de ruissellement presque nulle, *la zone d'altération*

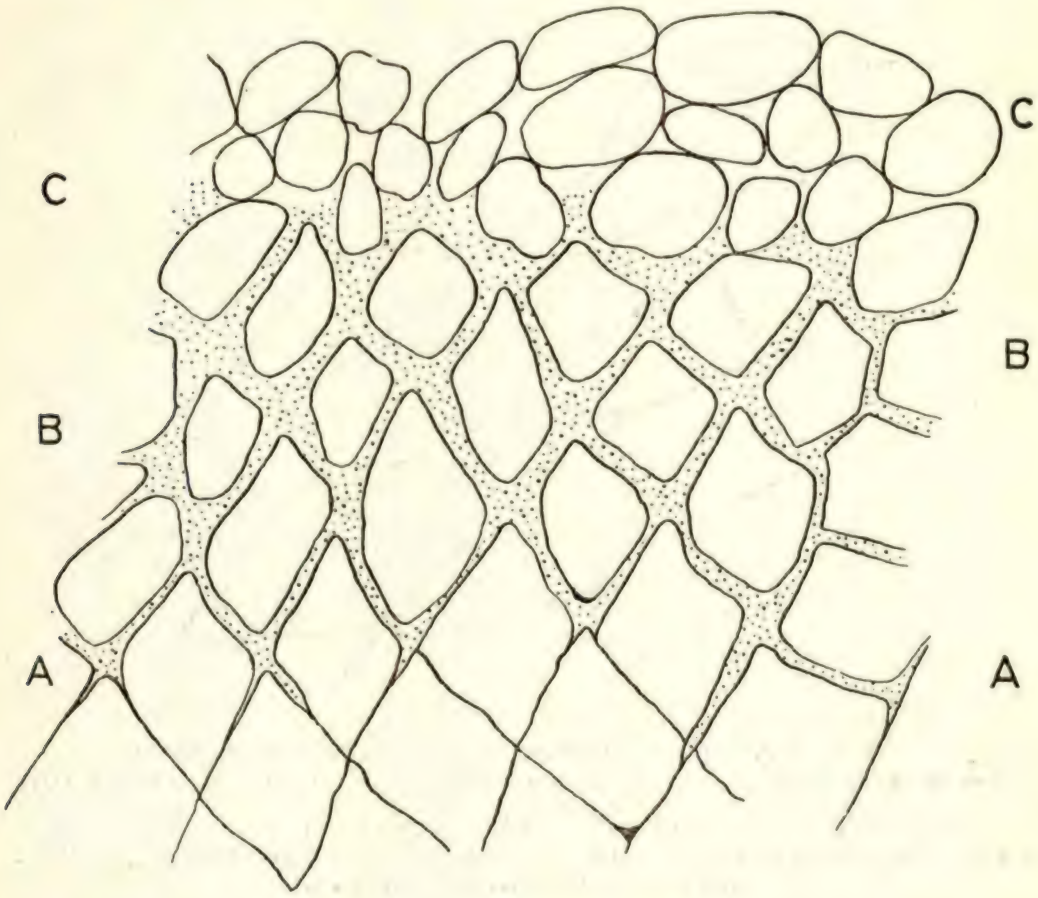


FIG. 1 — SCHÉMA MONTRANT, SUR UNE COUPE VERTICALE DU TERRAIN, LA DÉCOMPOSITION EN BLOCS DU GRANITE

En AA, zone profonde: la roche saine est découpée en polyèdres par un réseau de diaclases.
En BB, zone moyenne: le granite est altéré et plus ou moins transformé en arène (en pointillé) le long des surfaces des diaclases; des blocs de granit sain sont emballés dans ces arènes.
En CC, zone superficielle: les arènes sont entraînées par les ruissellements superficiels: il ne reste qu'un chaos de blocs granitiques arrondis, separés par des espaces vides.

superficielle des granites est souvent *extrêmement profonde.* Dans les très vieux plateaux granitiques du massif da la Sila (Calabre, Italie du Sud), le Professeur Lugeon rapporte que dans des tunnels passant à 50 m. de profondeur sous la surface des plateaux ou trouvait encore des granites attaquables au pic: il est fort possible que l'on puisse trouver au Portugal des exemples analogues.

En tout cas, une chose est certaine: c'est *l'extrême irrégularité d'épaisseur* de cette zone d'altération. De fait, à côté des deux types d'altération décrits plus haut (décomposition en blocs, et desquamation), on constate que certaines régions des massifs granitiques portugais son *entièrement altérées dans toute leur masse,* sans qu'il subsiste des noyaux restés frais, et jusqu'à des profondeurs de plusieurs dizaines de mètres.

De telles constatations ont été faites, par exemple, sur la rive droite du barrage de Guilhofrei et sur la rive gauche du barrage d'Idanha-a-Nova; alors qu'au contraire, sur les rives opposées de ces deux barrages, le granite s'est montré sain à faible distance de la surface, bien que recoupé par de grandes diaclases.

Y a-t-il un moyen *d'estimer* a priori *l'épaisseur* de cette zone superficielle altérée?

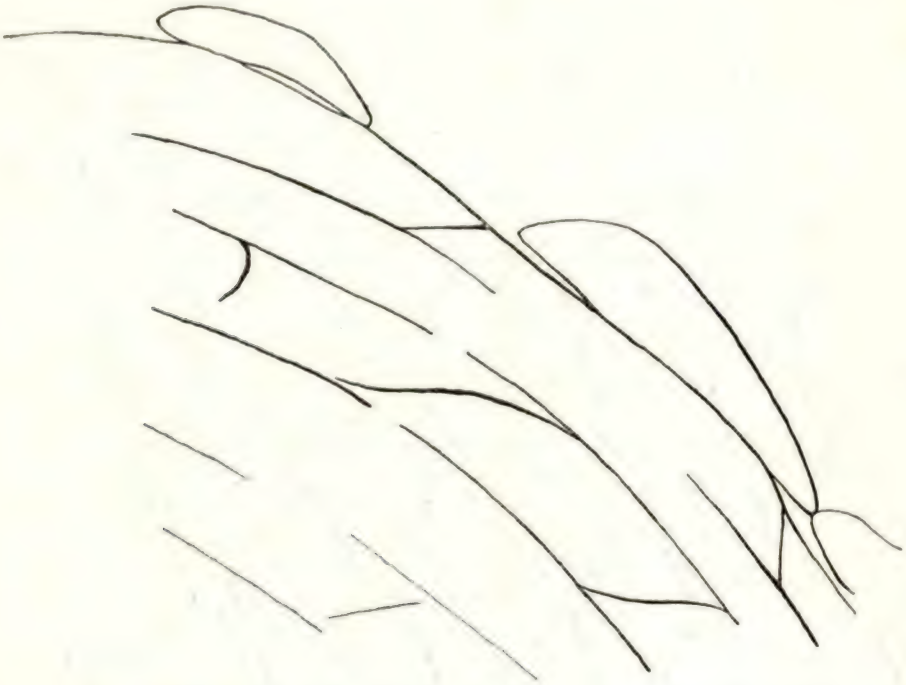


Fig. 2 — Schéma théorique montrant, sur une coupe verticale du terrain, le mode de décomposition superficielle d'un massif granitique par «desquamation» ou «exfoliation»

Des grandes surfaces de rupture parallèles à la surface du terrain décomposent le granite en feuillets ou écailles; les affleurements granitiques prennent alors l'allure d'une carapace rocheuse, plus ou moins recouverte de dalles aplaties

On a tenté de le faire par les méthodes de *prospection géophysique,* en particulier celles basées sur les mesures de résistivité électrique; mais ces méthodes ne peuvent guère donner que des moyennes et sont impuissants à déceler les anomalies ou les variations locales, les plus importantes pour les fondations.

On peut, plus simplesment, se laisser guider par *l'aspect du terrain en surface.*

Toutes choses égales d'ailleurs, nous avons déjà dit que *l'altération sera d'autant plus profonde que la pente sera plus faible:* c'est ce que montre le schéma de la fig. 3.

De plus, la nature *plus ou moins rocheuse* de la surface peut souvent donner des indications.

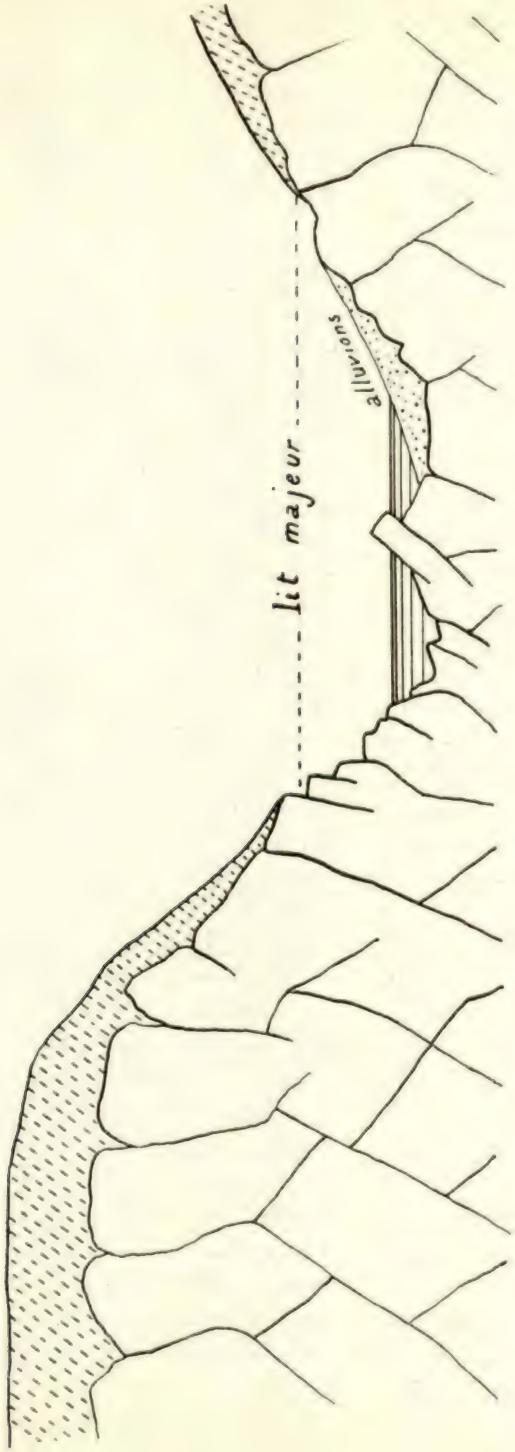


Fig. 3 — Coupe schématique de la vallée d'un Rio du Portugal, creusée dans un massif granitique
L'épaisseur de la zone superficielle altérée (figurée en traits interrompus), très forte sur les plateaux, diminue le long des versants lorsque la pente augmente.
Dans le lit majeur, la roche saine, nettoyée par les crues du Rio, affleure directement à la surface ou est recouverte par quelques mètres d'alluvions, sables ou galets (figurées en pointillé).
La roche saine est découpée par des diaclases.

Des pentes à profil irrégulier, parsemées de ressauts rocheux ou de blocs non éboulés, mais formés sur place par altération et restés relativement compacts, feront soupçonner que la roche en profondeur ne sera pas altérée en masse.

Au contraire, des pentes régulières, formées uniquement de terres d'altération, laisseront prévoir qu'en profondeur la

décomposition de la roche doit être totale.

A ce point de vue, on peut citer en exemple les deux entrées, amont et aval, du tunnel de dérivation sur la rive gauche du barrage d'Idanha-a-Nova. A l'entrée aval (voir photog. n.° v), au pied de pentes parsemées d'affleurements et de blocs rocheux, la galerie a rencontré le granite sain à peu distance de la surface, et le creusement a été poursuivi sans difficultés. A l'entrée amont (voir photog. n.° vi), dans une pente terreuse sans le moindre affleurement rocheux, la galerie a eu à traverser une zone extrêmement épaisse de granites complètement altérés et ébouleux, de sorte que l'entrée de la galerie a du être protégée par des boisages très couteux.

Il est d'ailleurs *possible de fonder des barrages sur des granites altérés;* et les expériences acquises aux barrages de Guilhofrei et de Idanha-a-Nova ont été très instructives à ce point de vue : des essais de perméabilité par injections d'eau sous pression ont montré que ces granites altérés étaient souvent peu perméables, et capables de supporter des fondations. Ainsi, dans la zone d'appui rive droite du barrage de Guilhofrei, la roche saine n'a pu être atteinte; et on a prolongé le barrage par un masque en béton encastré dans la roche altérée; le résultat cherché a été atteint, car les pertes sont absolument insignifiantes. De même, une partie du massif de béton de la rive gauche du barrage d'Idanha-a-Nova a dû être fondée sur le granite friable, et il est à espérer que l'opération aura réussi.

2. — *Les schistes:*

Rappelons qu'un schiste est essentiellement une roche qui peut se *cliver* en *feuillets* plus ou moins épais : quand ces *feuillets* sont très minces, et en même temps suffisamment résistants, la roche devient un «*schiste ardoisier*» et peut s'exploiter comme ardoise.

Cette «*schistosité*» est une propriété que peut acquérir toute roche un peu argileuse lorsque, sous l'influence des plissements et pressions orogéniques, elle a subi un commencement d'*écoulement;* les plans de schistosité sont alors orientés perpendiculairement à la pression. De là découlent deux conséquences importantes :

1.° Un schiste est forcément plus ou moins argileux, mais sa composition est variable: certains schistes contiennent un peu de calcaire (*schistes calcaires* ou calcoschistes), d'autres n'en contiennent pas du tout (*schistes argileux*). Les roches schisteuses des fondations des barrages étudiés ici m'ont paru être toutes des schistes argileux, reconnaissables à ce qu'ils ne font pas effervescence aux acides.

2° *La schistosité peut être différente de la stratification;* laquelle est marquée par la superposition des bancs tels qu'ils se sont successivement déposés les uns sur les autres, au moment de leur formation. Ainsi, au barrage de Pracana (photog. n.° 2) (1) on voit nettement que la stratification est presque perpendiculaire à la schistosité. La distinction de la stratification et de la schistosité est très importante pour l'ingénieur; car c'est la stratification, et non la schistosité, qui règle la succession des bancs alternativement plus compacts ou plus tendres. Ainsi j'engagerai à voir à ce point de vue la zone de fondation du barrage du Pulo do Lôbo, où mon interprétation (donnée dans le Rapport relatif à ce barrage) ne résultait que d'un examen trop rapide.

La *dureté et la compacité des schistes anciens* tient souvent à leur degré de *métamorphisme,* c'est-à-dire à leur *cristallinité,* laquelle augmente au voisinage immédiat des massifs granitiques.

Ainsi les schistes du Castelo do Bode sont très métamorphiques et très cristallins, passant à des micaschistes et même à des gneiss; ils sont donc particulièrement compacts De même, au Ponte da Bouçã et à Venda Nova, on voit les schistes, tendres loin des massifs de granite, devenir durs et compacts quand on se rapproche de ces massifs.

Loin des massifs granitiques, les schistes argileux contiennent souvent *des veines ou des lentilles de quartz,* qui en augment beaucoup la dureté (exemple, barrage de Barbosa); mais la roche est alors très hété-

(1) Annexée au Rapport relatif à ce barrage.

rogène, brisante, fissurée, et on peut se demander si cette compacité plus grande n'est pas un danger plutôt qu'un avantage.

L'altération superficielle des schistes se fait d'une manière assez différente de celle des granites.

De sorte que, toutes choses égales d'ailleurs, on peut admettre que les épaisseurs de la zone superficielle altérée, dans un schiste d'une part, dans un granite de l'autre, sont dans la proportion de 1 à 5 ou 10.

Au total nos schistes anciens, roches relativement tendres, faciles à abattre et à percer quand ils ne sont pas trop quartzeux, d'une bonne tenue dans les fouilles et les galeries, constituent une *roche excellente* pour les travaux de génie civil.

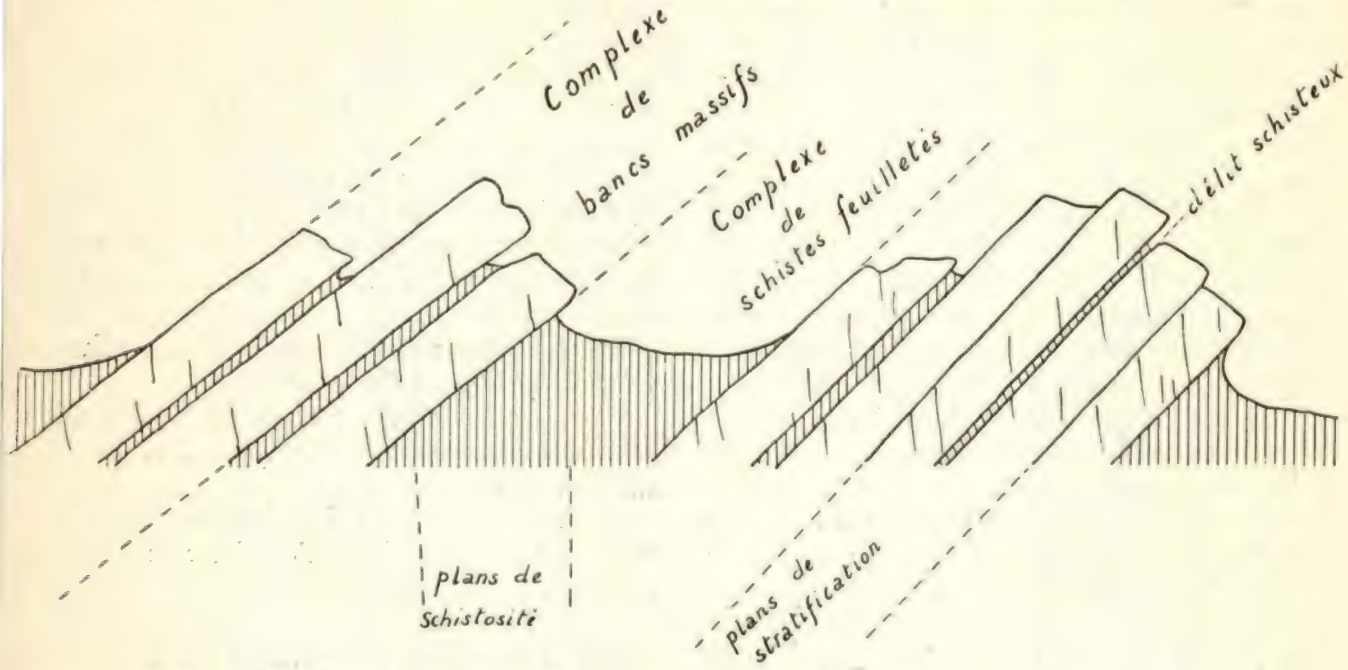


Fig. 4 — Profil un peu schématisé le long de la rive droite du Rio Ocreza, à l'emplacement du barrage de Pracana, montrant la différence entre la schistosité et la stratification

Les schistes étant plus ou moins *plastiques,* il est très rare (hors le cas de veines ou lentilles quartzeuses, cité plus haut) d'y rencontrer des *diaclases* ou fissures ouvertes, pouvant donner passage à des circulations d'eau importantes. La roche est donc en elle-même *imperméable,* aussi bien «en grand» qu'«en petit». Les circulations d'eau, très lentes, se feront plutôt de long des joints ou des lits séparant les bancs.

Dès lors *l'altération* ne progresse que lentement et assez uniformément à partir de la surface; il n'y a pas tendance à une décomposition en dalles ou en blocs comme dans les granites. Sous la couche de terre végétale et de produits meubles d'altération on trouvera une zone de roche altérée, friable, colorée en jaune-brun par les oxydes de fer hydratés; puis, à faible profondeur, apparaîtra la roche saine, non oxydée, de couleur grise, bleuâtre ou noire.

3. — *Les alluvions des vallées:*

Nous avons dit plus haut que les cours d'eau de la Meseta portugaise avaient commencé à *creuser leurs vallées* dès la fin de l'ère tertiaire, et que ce creusement *continue encore aujourd'hui.*

Leur histoire est donc bien plus simple que celle de la plupart des cours d'eau de l'Europe centrale et des Alpes en particulier, où, par suite des mouvements du sol et de l'extension des anciens glaciers, il y a eu presque partout diverses alternatives de creusement et de remblaiement. Il en résulte que ces remblaiements ont pu monter au-

-dessus du niveau actuel des cours d'eau; on les retrouvera alors sous forme d'alluvions anciennes revêtant les versants, et qu'il faudra déblayer pour atteindre le rocher. Et surtout, lors des périodes de creusement antérieures, le cours d'eau a pu couler bien plus bas qu'aujourd'hui et par conséquent avoir creusé dans le rocher une vallée profonde, aujourd'hui remplie d'alluvions très épaisses.

Au Portugal, de tels remblaiements ne semblent s'être produits que dans la région voisine de la mer; là l'épaisseur des alluvions des fonds de vallées peut devenir assez considérable (voir le Rapport sur les projets de barrage du bas Douro), et imprévisible; tout ce que l'on peut dire, c'est que cette épaisseur doit diminuer plus ou moins régulièrement de l'aval à l'amont.

Dans tous les autres emplacements de barrages que j'ai étudiés, même dans le Tejo à Belver, *l'épaisseur des alluvions reste très faible,* ne dépassant pas quelques mètres: c'est là une des constatations qui surprennent le plus un géologue venant d'autres pays, où l'on est habitué à voir dans le lit de grands fleuves comme le Tejo ou le Douro des couches d'alluvions de plusieurs dizaines de mètres. Et c'est aussi là une circonstance *éminemment favorable* pour les constructions de barrages au Portugal.

Résumé

On peut énoncer comme suit les principales caractéristiques des projets d'aménagements hydro eléctriques au Portugal:

1° Nécessité de prévoir immédiatement de grands barrages de retenue.

2° Importance des problèmes hydrauliques posés par l'évacuation de crues très considérables.

3° Absence presque générale des alluvions dans le fond des cours d'eau.

4° Excellence des roches de fondation (granites, schistes anciens, quartzites) considérées en elles-mêmes.

5° Importance de l'altération superficielle des granites, dès qu'on s'élève au-dessus des lits majeurs.

Fait à Grenoble, le 3 janvier 1942.

O Problema da Implantação das Obras de Abrigo dos Portos

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) CARLOS KRUS ABECASIS

De entre as complexas questões levantadas pela determinação do traçado mais conveniente das obras de abrigo de um pôrto — e que dela fazem um dos mais delicados problemas de Engenharia — duas avultam, na maioria dos casos, como de primacial, decisiva importância. São a que se refere à previsão das condições de abrigo e tranqüilidade resultantes de um dado conjunto de obras a êsse fim destinadas, e a que se liga ao estudo das repercussões de tais obras sôbre os movimentos aluvionários e conseqüentes efeitos de assoreamento e desassoreamento.

Apenas da primeira se ocupa o presente artigo, que pretende apresentar à consideração dos estudiosos e dos construtores de trabalhos marítimos um método recente — e, que o saibamos, único até à data alvitrado — para a resolução do problema pôsto, em termos de algum rigor científico. Valiosos poderão ser os aperfeiçoamentos que do estudo analítico e da cuidada observação dos fenómenos resultem para um método ainda incipiente, mas já precioso instrumento de trabalho no abordar de problema de tão alto interêsse prático e, regra geral, implicando acertado ou ruïnoso dispêndio de elevadíssimas somas.

A possibilidade do recurso aos ensaios em modêlo reduzido, não diminue o interêsse do método, já porque êle pode servir de primeira orientação para o próprio estudo em modêlo, poupando tempo e despesas, já porque, principalmente, é necessário não perder de vista, a dificuldade que a grande redução de escala e a extrema complexidade do fenómeno trazem para a determinação e recta aplicação das leis de similitude a observar.

Em tôda a generalidade, o problema a resolver poderia ser pôsto nestes termos:

— *dada uma ondulação de características* (comprimento de onda e amplitude) *conhecidas em profundidade indefinida, determinar a forma da sua propagação ao avançar sôbre uma costa de contornos e batimetria conhecidos, com ou sem interposição de quaisquer obras de abrigo executadas ou a executar.*

O método com que pretende ter-se atingido êste objectivo — pelo menos em relação a alguns dos casos mais importantes na prática — é baseado na teoria trocoidal, geralmente admitida como a melhor estruturação matemática até hoje proposta para o movimento ondulatório das grandes massas de água sob a acção do vento.

Como se sabe, segundo ela, a trocóide circular é o perfil duma ondulação propagando-se em profundidade indefinida, para a qual as órbitas das moléculas líquidas são circunferências verticais. Em profundidade limitada, estas órbitas deformam-se, transformando-se em elipses de eixo maior horizontal e de excentricidade crescente com o diminuir da profundidade, e o perfil da ondulação passa a ser uma trocóide elíptica.

Na prática, para uma ondulação de comprimento de onda igual a $2\,L_0$ no alto mar, podem considerar-se profundidades ilimitadas ou indefinidas as profundidades superiores a L_0. De facto, só para valores inferiores se torna apreciável a deformação da vaga. Demonstram-no claramente os ramos assintóticos das várias curvas traçadas na (fig. 1).

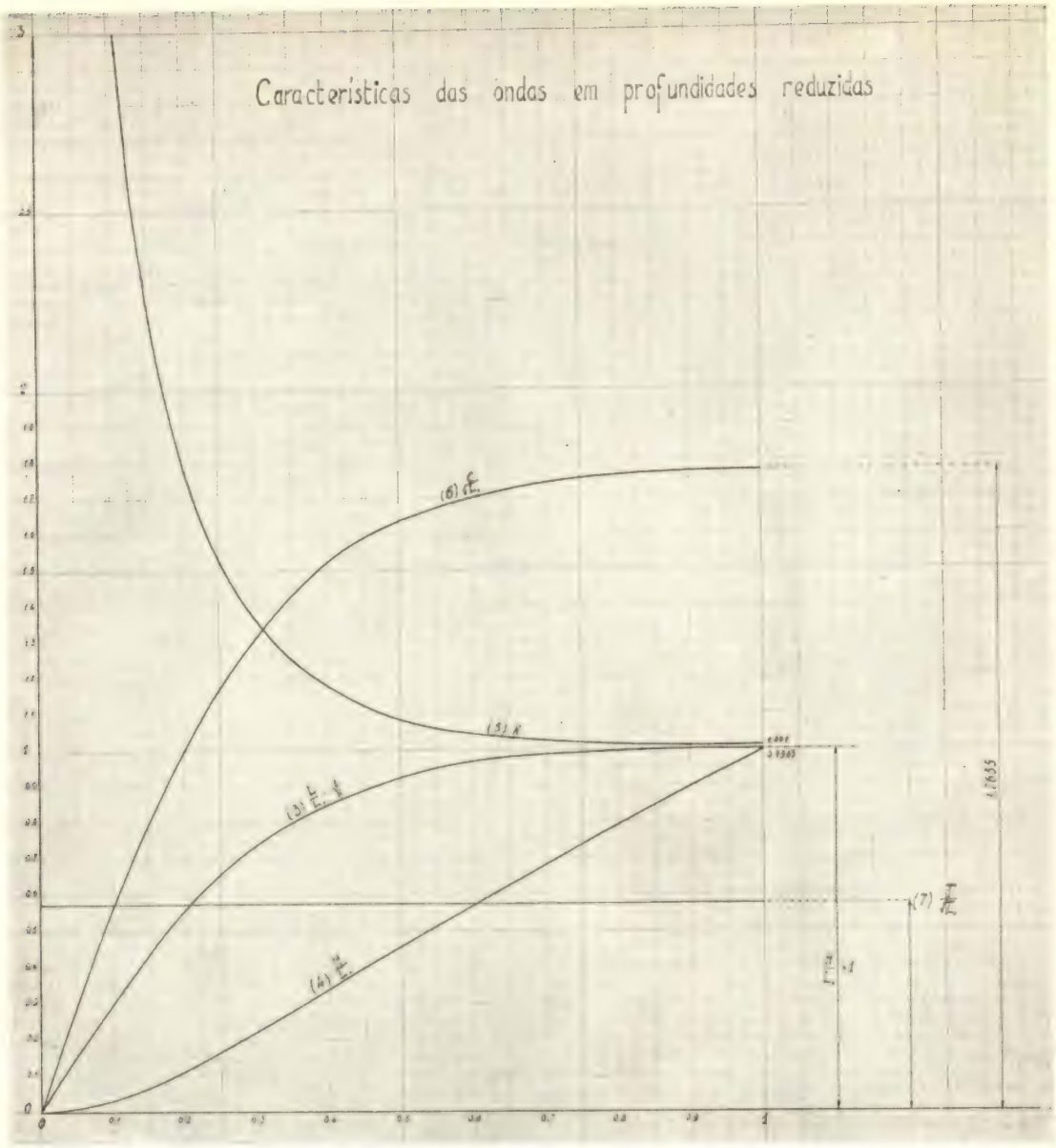


Fig. 1

Nesta (fig. 1) como em tudo o que se segue, designaremos por:

$2h$ — A amplitude de onda.
$2L$ — O comprimento de onda.
C — A celeridade ou velocidade de propagação da onda.
$2T$ — O período da ondulação.
H — A profundidade da água.
K — A relação dos semi-eixos arbitrários superficiais do movimento ondulatório.

As mesmas letras afectadas do índice zero designam os valores das características correspondentes em profundidade indefinida.

São conhecidas as seguintes expressões fundamentais da teoria trocoidal:

$$2T = 2\sqrt{\frac{\pi}{g} L K} \qquad (1$$

$$C = \sqrt{\frac{g}{\pi} \frac{L}{K}} \qquad (2$$

$$K = coth \frac{\pi H}{L} \qquad (3$$

Como se disse, para

$$H \geqslant L_0 ,$$

é lícito considerar a profundidade como ilimitada, e portanto

$$K = K_0 = 1 ,$$

o que, aliás, o cálculo do valor de K demonstra claramente.

Quando uma ondulação de características determinadas atinge uma fase que pode ser tida por estável (pelo menos durante algum tempo), admite-se a invariância do período respectivo em face da variação das profundidades em que se verifica a sua propagação. O que equivale a admitir que, durante um dado intervalo de tempo, passa igual número de vagas sôbre o extremo da plataforma costeira ou sôbre qualquer ponto da mesma, hipótese evidentemente lógica.

Suposto assim o período característica invariante do movimento ondulatório, as equações da teoria trocoidal permitem a fácil determinação das características duma onda propagando-se em profundidade limitada, em função das suas características em profundidade indefinida.

De ser

$$T = T_0$$

resulta (1):

$$L\,K = L_0 \qquad (4$$

equação que junta às anteriores nos permite calcular o quadro seguinte, em que se exprimem as características L, K, C e T correspondentes a profundidades $H \leqslant L_0$, em função de H e do semi comprimento da onda originária, L_0:

Tomando como abcissas os valores de H/L e como ordenadas os que figuram em cada uma das restantes colunas, traçam-se as curvas apresentadas na (fig. 1).

Na maioria dos casos da prática, a coluna de entrada é a (4), como se compreende. Na determinação das características da vaga em profundidade reduzida pode utilizar-se o quadro ou as curvas da (fig. 1).

Em cada caso particular (L_0 conhecido), o mais cómodo é, em regra, construir um quadro com os produtos das colunas (3) e (4) por L_0 e (6) pela $\sqrt{L_0}$.

Poderá objectar-se que os movimentos orbitários elípticos e demais hipóteses admitidas na teoria trocoidal relativa a profundidade limitada são apenas aproximados sempre que esta, além de limitada, é variável.

Porém, os resultados da criteriosa aplicação desta teoria de primeira aproximação são plenamente aceitáveis para as necessidades práticas.

Acresce que, nas obras terrestres, nas quais demasiado freqüentemente se supõe um conhecimento perfeito dos fenómenos e dos materiais, empregamos altos coeficientes de segurança.

Não seria pois raozável recusar a aplicação do método agora proposto para as obras marítimas, sob pretexto de que êle exigirá certa margem de segurança ao ser aplicado. Sobretudo se com tal recusa se pretende defender os processos de pura intuïção ou de ilusória comparação, muitas vezes empregados na elaboração de projectos de obras marítimas. Tanto mais que parece certo poderem considerar-se da maior confiança os resultados obtidos pelos métodos propostos, mediante a aplicação de coeficientes de segurança mais baixos, até, que os usados em numerosas obras terrestres.

Ao pretender aplicar o método indicado a um caso concreto, a primeira questão que se põe é a de qual deva ser o valor da profundidade H a considerar no uso das fórmulas ou curvas mencionadas.

Salvo em casos extremos, é indubitável que nos bem ordenados movimentos orbitários, regidos pelas leis da Dinâmica, determinados no seio da massa líquida pela passagem de uma onda, não podem produzir-se bruscas discontinuïdades. O que virá a traduzir-se pràticamente por uma certa rigidez de forma da onda propagando-se em profundidade limitada e variável, que a impede de se adaptar instantaneamente à profundidade de cada ponto, fazendo-a amoldar-se, antes, à profundidade média de uma zona compreendendo o ponto considerado — a observação do fenómeno natural confirma plenamente a presunção teórica.

Características das ondas em profundidades reduzidas ($H < L_0$)

(1)	(2)	(3)	(4) = (1) × (3)	(5) = $\frac{1}{(3)}$	(6) = (3) $\sqrt{\frac{g}{\pi}}$
$\frac{H}{L}$	$\frac{\pi H}{L}$	$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{K} = \text{tgh}\,\frac{\pi H}{L}$	$\frac{H}{L_0} = \frac{H}{L} \cdot \frac{L}{L_0}$	$K = \text{cotgh}\,\frac{\pi H}{L}$	$\frac{C}{\sqrt{L_0}} = \frac{\sqrt{\frac{g}{\pi}}}{K}$
1	3,14	0,996	0,996	1,004	1,764
0,95	2,98	0,995	0,945	1,005	1,761
0,90	2,83	0,993	0,894	1,007	1,758
0,85	2,67	0,989	0,841	1,011	1,750
0,80	2,51	0,987	0,789	1,013	1,747
0,75	2,36	0,982	0,737	1,018	1,738
0,70	2,20	0,976	0,683	1,023	1,727
0,65	2,04	0,967	0,632	1,034	1,711
0,60	1,88	0,955	0,573	1,047	1,690
0,55	1,73	0,939	0,517	1,065	1,662
0,50	1,57	0,917	0,459	1,091	1,623
0,45	1,41	0,888	0,399	1,126	1,571
0,40	1,26	0,851	0,340	1,175	1,506
0,35	1,10	0,801	0,280	1,250	1,417
0,30	0,94	0,735	0,221	1,361	1,301
0,25	0,79	0,658	0,165	1,520	1,165
0,20	0,63	0,558	0,112	1,792	0,989
0,15	0,47	0,438	0,066	2,283	0,776
0,10	0,31	0,300	0,030	3,333	0,532
0,05	0,16	0,159	0,008	6,289	0,281
0,04	0,126	0,125	0,005	8,000	0,222
0,03	0,094	0,094	0,003	10,661	0,166
0,02	0,063	0,063	0,001	15,898	0,111
0,01	0,031	0,031	0,000	32,258	0,055
0,00	0,000	0,000	0,000	∞	0,000
Justificações . .		$L_0 = L\,K$			$C = \sqrt{\frac{g}{\pi}\frac{L}{K}} = \sqrt{\frac{g}{\pi}\frac{L_0}{K^2}}$

Importa definir a extensão daquela zona. De tôda a teoria trocoidal, e em particular da equação da trocóide, pode depreender-se que nos fenómenos ondulatórios por ela abrangidos o semi-comprimento de onda, L, tem o significado físico de uma semi-unidade de comprimento.

Parece, pois, lógico admitir, em primeira aproximação prática, que a extensão da zona susceptível de afectar as características da

vaga, quer na sua direcção de propagação, quer na direcção perpendicular, é igual a $2L$. E assim ficará definido, para cada ponto considerado, um «quadrilátero de avanço» que o tem por centro.

A hipótese admitida perde em rigor ao diminuir a profundidade de propagação, nomeadamente ao serem atingidas profundidades vizinhas das que determinam a rebentação da onda, porque então as características desta, já muito assimétrica em relação à vertical da crista, dependem mais do semi-comprimento da onda anterior que do posterior. Para estas pequenas profundidades, porém, diminue em muito, ou deixa mesmo de existir, o interêsse da questão posta.

Aliás, no caso geral, em que o declive do fundo é sensìvelmente uniforme, não interessa a consideração do «quadrilátero de avanço», dado que a sua profundidade média é a do próprio ponto a que êle corresponde.

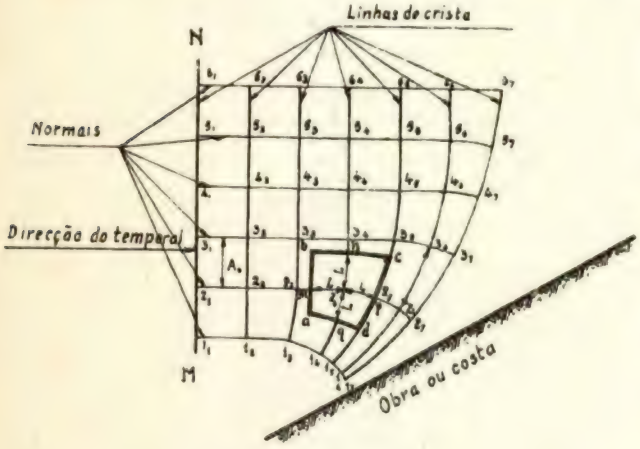


Fig. 2

Com o que fica dito, temos os elementos necessários para determinar a forma da propagação em planta, sôbre uma dada plataforma costeira, de um temporal de direcção e comprimento de onda conhecidos no alto mar.

Seja MN (fig. 2) a linha de crista a partir da qual se faz o estudo de propagação da onda e que, por óbvias razões, deve estar situada em profundidade maior ou igual que L_0. Ao fim de um semi-período T, cada um dos pontos 1_1, 2_1, 3_1..., distantes entre si de um comprimento arbitrário A_0 (que poderá ser igual a L_0), irá ocupar a posição 1 , 2_2, 3_2... Se a profundidade ao longo de MN ainda era maior que L_0, a nova posição da linha de crista é, evidentemente, uma recta paralela e à distância L_0 de MN.

A certa altura, uma parte da onda — por exemplo, a parte inferior da figura — atinge no seu avanço profundidades inferiores a L_0, tendo então cada um dos seus pontos, durante um semi-período, um avanço, L, menor que L_0, determinado em função de H pelo quadro inserto acima. A profundidade H é, como dissemos, a do ponto considerado ou, quando necessário, a do respectivo quadrilátero de avanço.

Em princípio, a determinação dêste tem de fazer-se por tentativas, visto para o cálculo do lado, $2L$, ser necessário conhecer H, que é precisamente o valor a determinar com o quadrilátero de avanço. Por isso, começa-se por arbitrar o valor de L, traçar o quadrilátero de avanço e determinar a respectiva profundidade média, H — se o valor de L arbitrado fôr igual ou suficientemente próximo do valor L' que resulta do quadro anterior para êste valor de H, o problema estará resolvido. Caso contrário, construir-se-á novo quadrilátero de avanço, de lado $2L'$, que se sujeitará a idêntica verificação. E assim por diante até se obter aproximação que se tenha por satisfatória. Com a prática, tal resultado é em regra alcançado à primeira tentativa. Na maioria dos casos, basta tomar como profundidade média do quadrilátero de avanço — $a\ b\ c\ d$ — de um ponto qualquer, 2_4, a média aritmética das profundidades dos pontos m, n, p, e q (fig. 2).

As linhas de onda que constituem um «plano de ondulação», ou sejam as posições sucessivas das cristas e cavas, serão as curvas passando por todos os pontos correspondentes a uma determinada posição, por exemplo 1_4, 2_4, 3_4, 4_4 — — —. E as normais, sôbre que são marcados os avanços L, podem ser segmentos de recta, traçados cuidadosamente perpendiculares à linha de onda anterior.

Se o quadrilátero de avanço fôr cortado pela linha da costa ou por uma obra (ponto P da fig. 3), pode admitir-se que apenas a respectiva fracção molhada influe na determinação da profundidade média, pois apenas nela se verifica o movimento ondulatório.

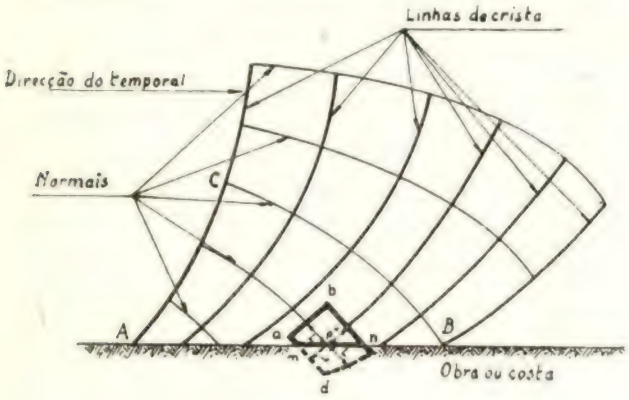


Fig. 3

No caso de reflexão da onda, haverá que ter em conta a parte molhada dos quadriláteros de avanço das ondas incidente e reflectida.

Por conveniência de escala, pode tomar-se, em lugar de L_0, um seu múltiplo, embora com prejuízo da aproximação obtida.

A aproximação obtida com a régua de cálculo é suficiente, em todos os cálculos referidos e nos que seguem.

Vejamos agora como proceder, no caso geral e simples de que vimos tratando, para a determinação das alturas da vaga no seu avanço sôbre a costa.

Como se sabe, a energia contida num trôço de vaga, de largura A_0 segundo a linha de crista e comprimento $2\,L_0$ na direcção do avanço, vale, em profundidade ilimitada:

$$E_0 = A_0\,\rho\,g\,L_0\,h_0^2 \qquad (5$$

sendo ρ a densidade do líquido e g a aceleração da gravidade.

Em profundidade limitada, pode admitir-se expressão análoga da energia:

$$E = A\,\rho\,g\,L\,h^2$$

sempre que a onda esteja longe da rebentação.

Se, à medida que a vaga avança em profundidades decrescentes, a energia se mantivesse constante, a diminuïção do comprimento de onda implicaria um aumento da respectiva altura. Não é isso, porém, o que sucede, pois o avanço da onda exige um certo consumo de energia.

Apesar da carência de dados suficientes para demonstrá-lo, podemos admitir que na generalidade dos casos aquele consumo de energia é tal que a altura da onda, em vez de aumentar, se mantém constante — pelo menos, para os declives, freqüentes nas plataformas costeiras, da ordem de $1^{o}/_{o}$, e longe da zona de rebentação.

Ainda que declives mais fortes possam provocar aumento da altura da vaga e declives mais fracos a possam diminuir, muito maior importância tem, na variação da altura da vaga que avança, a expansão por ela sofrida em sentido transversal ao seu avanço, traduzida na divergência das normais às linhas de crista e que denominaremos «*expansão frontal*».

Pôsto isto, para determinar a altura, numa dada posição do seu avanço, de uma vaga de que se estudou a propagação em planta, bastará exprimir que a energia contida, nessa posição, em um trôço de vaga limitado por duas normais à linha de crista é a mesma nas duas hipóteses de se ter e de não se ter verificado a expansão frontal referida. Consideremos, por exemplo, na fig 2 o trôço 2_6 - 3_6, cuja largura é A e seria A_0 — largura do trôço 2_1 - 3_1 — caso não tivesse havido expansão frontal; a energia nêle contida vale:

$$E = A\,\rho\,g\,L\,h^2$$

e valeria, na ausência da expansão verificada:

$$E = A_0\,\rho\,g\,L\,h_0^2$$

(visto admitirmos, na hipótese, a não variação da altura da onda). Portanto, a altura da onda no trôço 2_6-3_6, obtida da igualização destas duas expressões da energia, será dada por $A_0\,h_0^2 = A\,h^2$, ou

$$h = h_0\sqrt{\frac{A_0}{A}}$$

Por êste processo, obteremos, com aproximação suficiente para a maioria dos casos, as alturas médias correspondentes aos troços em que as linhas de crista ou cava (*«linhas de onda»*) foram divididas pelas normais traçadas, e será possível desenhar a secção vertical da onda ao longo de qualquer linha de crista — ou seja, traçar o diagrama de alturas da onda em cada uma das posições por ela assumidas no seu avanço.

Fig. 2'

Na fig 2' está desenhado o diagrama correspondente à posição designada pelo número 5 na fig. 2. O diagrama escalonado, composto de segmentos de rectas pode, evidentemente, ser substituído por um diagrama curvilíneo contínuo, mais aproximado da realidade.

Se em vez de avançar em sentido convergente com a linha de costa ou obra — como temos suposto —, a onda avança em sentido divergente, tendendo a separar-se dela, isto é, se a linha de crista forma com a linha da costa ou obra, no sentido do avanço, um ângulo superior a 90°, verifica-se o fenómeno que Iribarren designa por *«expansão lateral»*: — a vaga, por virtude da falta de apoio lateral sôbre a costa, expande-se para o lado em que êste apoio lhe faltou, à custa da energia cedida por uma zona, chamada «de alimentação», da parte restante dela.

É o que sucede na figura 4, a partir do ponto B.

Vejamos um pouco detidamente como é que o fenómeno se passa.

Na posição MB, que poderemos chamar inicial, da linha de crista, a cava que a antecede ocupará a posição $M_1 B_1$, distando da primeira o semi-comprimento L correspondente a cada ponto. E visto que o extremo cortado da onda se verteu radialmente e a partir de B, a linha de cava $M_1 B_1$ prolongar-se-á segundo $B_1 B'$, cujos pontos distarão de B o semi-comprimento L_B correspondente a êste ponto.

Se supusermos a regularidade batimétrica radial em tôrno de B, as curvas como $B_1 B'$ aproximar-se-ão de arcos de circunferência de centro em B.

Um semi-período depois, a crista de onda MB virá a ocupar a posição $M_1 B_1 B'$, e, posteriormente, os seus pontos avançarão na direcção normal correspondente a cada um dêles e de acôrdo com as regras expostas, tanto na zona $M_1 B_1$ como na zona em expansão, $B_1 B'$.

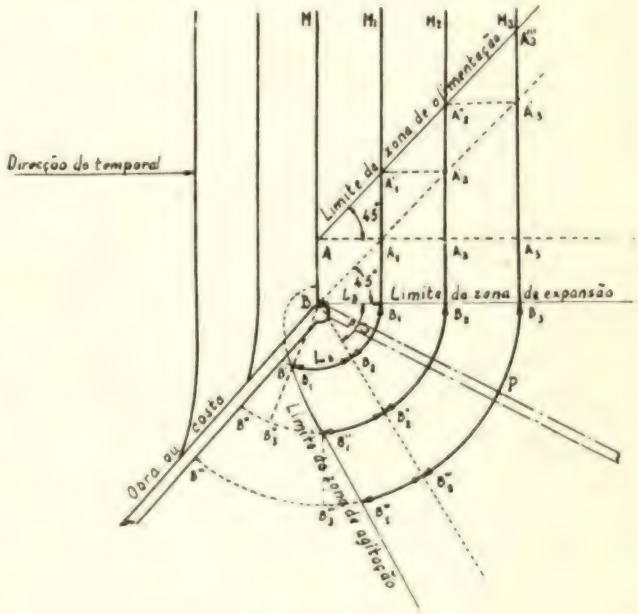


Fig. 4

Tudo o que se disse e o que se segue se funda na admissão da hipótese de que, como a das ondas longitudinais, a celeridade (ou velocidade de propagação) das ondas transversais — isto é, ondas que se propagam segundo a linha de crista das primeiras, em sentido transversal ao avanço destas — é apenas função do semi-comprimento L e da profundidade média de propagação H, tendo um valor pràticamente igual ao da celeridade das ondas longitudinais na mesma profundidade:

$$C = \sqrt{\frac{g}{\pi}\frac{L}{K}}$$

A hipótese é perfeitamente lógica, dado que os excessos de pressão originados, ao longo da vertical que avança com a crista da onda, pela onda cortada pelo obstáculo diminuem gradualmente da superfície para o fundo, e portanto as velocidades moleculares transversais diminuirão de forma semelhante, pelo que é bem provável que as características das ondas transversais, e entre elas a celeridade, se aproximem das das ondas de oscilação que as originam. A suposição pode, pelo menos, aceitar-se em primeira aproximação.

Também poderia admitir-se que, a partir da posição inicial, em que afecta a forma sensìvelmente circular em planta, a onda de expansão avança em direcções radiais, expandindo-se frontalmente. A hipótese conduz a resultados pràticamente idênticos aos obtidos a partir da anterior, apenas diferindo ligeiramente no limite da zona agitada, agora mais extensa mas com valores insignificantes para a agitação, pelo que a diferença não tem interêsse de maior.

Provàvelmente, os fenómenos estudados participarão simultâneamente das duas características, expansão frontal radial e cessão lateral da energia.

(Continua)

ESTUDO DA PEDREIRA DOS PENEDOS OU GALEGOS (BENFICA)

POR DÉCIO THADEU
(Do Curso de Engenharia de Minas)

Este estudo, um trabalho de campo do Laboratório de Geologia do I. S. T., pretende fazer a interpretação geológico-tectónica da *Pedreira dos Penedos ou Galegos*, em Lisboa, na freguesia de Benfica. Foi possível realizá-lo dada a boa vontade do Sr. Torcato Pardal Monteiro, que explora esta pedreira, a quem expressamos o nosso reconhecimento.

Situação geral:

Está, a pedreira, situada no flanco norte do anticlinal de Monsanto, para o qual Choffat (1) dá a orientação WNW-ESE que se confirma na Carta Geológica de Lisboa de 1:20.000. Chamá-lo emos antes monoclinal visto que é dissimétrico; pois subindo para Monsanto, pela Auto-estrada, podem-se vêr as bancadas calcáreas da Cenomaniano e do Turoniano e camadas com Neolobites inclinando até 45°, enquanto, no lado oposto, não inclinam mais de 12°.

O centro deste monoclinal é ocupado pelo Cenomaniano irregularmente orlado pelo Turoniano e camadas com Neolobites que, também de modo irregular, é recoberto pela Formação basáltica. Os limites são, geralmente, função da erosão excepto na encosta noroeste, onde uma falha com 30° de azimute põe o Turoniano e, um pouco, o Cenomaniano em contacto anormal com a Formação basáltica.

Nesta formação, por acidentes tectónicos, aflora o retalho de Turoniano e camadas com Neolobites que originou a pedreira em estudo. A Carta Geológica de Lisboa dá-o limitado a NW por uma falha, que será a possível continuação da que põe em contacto anormal o Cretácico com a Formação basáltica na encosta noroeste do monoclinal de Monsanto; a falha parece infletir mais para Este, o que é natural seja simplesmente o efeito do sistema de falhas, que a regeita, orientadas a cerca de 150° de azimute.

Diz o Eng.° Freire de Andrade (2) que tôdas as falhas de Monsanto inclinam fortemente para SE e apresentam espelhos de falha com sulcos quási horizontais Vemos, pois, que estamos numa zona cujo estilo tectónico é caracterizado por deslocamentos horizontais, *décrochements*, o que, de resto, se verifica em toda a região de Lisboa.

A pedreira está aberta em encosta e tem dois pisos de exploração; no primeiro, assente no Turoniano inf., é desmontado o Turoniano médio, isto é, o calcáreo cristalino, no segundo, mais baixo, o Cenomaniano sup. ou seja o calcáreo margoso.

Aquêles andares são tomados no sentido da estratigrafia de Choffat (3), que procura a correspondencia com a internacional, que será a seguida daqui em diante. Também no prosseguir da descrição se utilizará sempre o Norte magnético.

Os trabalhos foram limitados do lado NW pela Formação basáltica, em contacto anormal com o Cretácico, e está continuando a SE, encostando-se a Este a uma brecha de fricção orientada N-S

Um acidente, que denominaremos *cabo real* e que mais adiante descreveremos, dá uma cunha a NW, de dimensões reduzidas e que

pela disposição das camadas cretácicas se destaca do resto da pedreira.

Estratigrafia :

Formação superficial — Esta formação é constituída pela terra vegetal, negro-avermelhada, característica dos terrenos basálticos; contudo, na zona Este da pedreira, a terra vegetal, que aí atinge o maior desenvolvimento, apresenta irregularmente disseminados blocos de basalto sub-angulosos que, partidos, mostram um basalto, de estructura granular a tender para média, fresco.

A localização desta formação superficial particular numa ravina, que desce da serra de Monsanto, permite supor que se trata de blocos arrastados de montante sem selecção, simplesmente com um limite superior de 30 cm para a maior dimensão.

Formação basáltica — Podemos distinguir dois tipos de basalto lávico, um amigdalóide e outro compacto.

O basalto amigdalóide é constituído por uma massa fina, vermelho-acastanhada, com vacúolos de calcite branca substituindo parcialmente um elemento verde claro, de aspecto resinoso e com consistência semelhante à de cêra.

O basalto compacto é formado por uma pasta muito fina, ainda vermelho acastanhada, com pontuações vermelhas de óxidos de ferro provenientes da alteração dum elemento ferro-magnesiano que teria originado um principio de textura porfirítica.

Êste tipo apresenta uma dijunção irregular com as fendas preenchidas por um produto branco argilo-calcáreo-ferruginoso; o basalto amigdalóide desagrega-se uniformemente num produto granular, sem dar dijunção.

Quer na base da Formação basáltica quer intercalada nela encontra-se una série argilosa, sedimentar, pouco desenvolvida.

Cretácico — A exploração desceu até cêrca de 2m abaixo do nível com Alveolinídeos, no Cenomaniano sup. Êste apresenta-se em bancos de calcáreo margoso de 40 a 50 cm de possança, muito regulares, alternadamente compactos e «apinhoados»; não mostrando à vista qualquer diferença de composição que justifique aquela alternância. Tem côr cinzento-azulada, bastante uniforme, que nas diaclases passa a branca ou avermelhada; a localização destas colorações nas zonas onde se dá a circulação das águas meteóricas faz supôr que a mudança de côr seja devida a oxidação e hidratação de sais de ferro disseminados no massa calcárea.

No nível com Alveolinídeos temos uma primeira zona, com 60 cm, em que aquêles foraminíferos são extremamente abundantes e atingem grandes dimensões, sendo vulgares indivíduos com 1 cm de comprimento e mesmo mais. Há 50 cm de calcário margoso em que aparece um ou outro isolado, para se seguir uma segunda zona com numerosos mas não tanto como na primeira; êstes, agora, pequenos e arredondados que regulam por 1mm. A possança total do nível de pouco ultrapassa 1,5 m.

Na parte superior dêste nível encontramos um exemplar de *Lima Dutrujei Coq.*

Por cima temos ainda perto de 4 m de bancadas de calcáreo margoso com os mesmos caracteres litológicos das inferiores.

Dando passagem ao calcáreo cristalino temos aproximadamente 2 m de calcáreo também «apinhoado» mas de côr amarela e de aparência mais margosa, para o topo mais compacto e em pequenos leitos.

O cristalino, de côr branca, atinge mais de 15m e apresenta um bom tipo recifal com Rudistas. Nas superfícies erodidas nota-se que o carbonato do cimento é mais fàcilmente dissolvido, deixando, em saliência, as lâminas da estructura da concha daquêles fósseis.

Nêste calcáreo há uma zona, de 8 m aproximadamente, com leitos bastante regulares de silex de 7 a 12 cm de possança; o calcáreo, que separa êstes leitos, também apresenta alguma silicificação.

Nota-se, em alguns pontos, que o calcáreo cristalino se torna no topo margoso e com abundantes fósseis escuros, êstes muito mal conservados porque, sempre junto do contacto com o basalto lávico, as camadas estão muito alteradas; contudo, três fra-

gmentos de ostra permitiram identificar *Exogyra flabellata* Sow. Assim, pode-se considerar êste nível margoso como restos do Turoniano sup.

Freqüentemente os espelhos dos *décrochements* e diaclases importantes são atapetados por cristalizações de calcite, bem desenvolvidas, com a particularidade de terem hábito romboédrico muito agudo.

O Cretácico acaba por uma superfície de erosão.

Apesar da falta de fósseis característicos, podemos estabelecer com precisão a correlação com a série estratigráfica de Choffat (3) pelos caracteres litológicos e por alguns níveis bem marcados de referência:

Turoniano sup.:

até 1 m — calc. margoso e marga — C. 14

Turoniano médio:

até 18 m — calc. cristalino, incluindo calc. cristalino com leitos de silex — C. 13

Turoniano inf.:

$0^m,5$ — calc. margoso em pequenos leitos — C. 12

$1^m,5$ — calc. margoso «apinhoado», amarelo — C. 11 e 10

Cenomaniano:

4 m — calc margoso «apinhoado», ou compacto — C. 9, 8 e 7^d

$1^m,75$ — calc. com Alveolinídeos — C. 7^c

2 m — calc. margoso «apinhoado» ou compacto — C. 7^b e 7^a

Como dissemos, o Cretácico termina por uma superfície de erosão nos calcáreos cristalinos e ainda nas margas superiores, aqui difìcilmente caracterizável. Profundamente recortada tem, todavia, superfícies arredondadas e lisas, sem decorações, e as bolsadas e perfurações são freqüentes.

Enterrada sob uma camada de produto argiloso, onde é impossível separar o residual do ataque do calcáreo, daquele vindo dos produtos basálticos, podemos pensar que uma superfície de erosão foi enterrada e, até que as lavas basálticas viessem comprimir e tornar impermeável a camada argilosa, evoluiu sob a acção da corrosão química das águas.

Existem algumas cavidades, com o tipo de algares, que se afundam no calcáreo cenomaniano, depois de atravessar o cristalino, abaixo da cota atingida pela exploração, mas que não podemos datar.

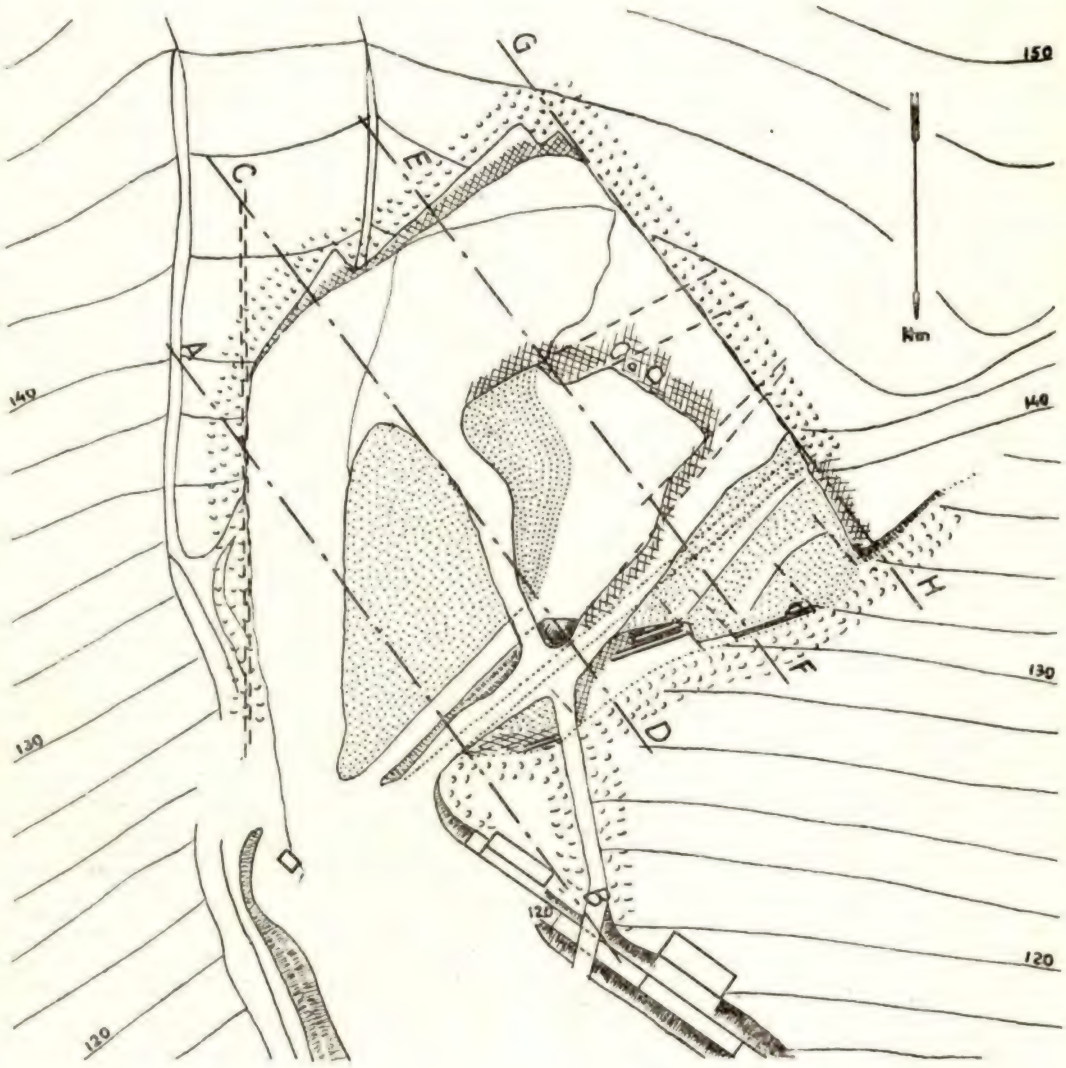
Foto 1 — Superfície de erosão no topo do Turoniano; em cima e à esquerda, terra vegetal com blocos sub-ângulosos de basalto

Somos tentados a considerar esta superfície como lapiar, contudo, a exigüidade da extensão em que a podemos observar não permite essa conclusão. Podemos sim dizer que houve um longo período eruptivo com simultânea erosão continental; para se levar a precisão mais longe seria necesário termos estudos aprofundados da Formação basáltica e respectivas cartas detalhadas, que continuam a faltar.

Assim a questão mantem-se no ponto em

Pedreira dos Penedos ou Galegos
(Benfica)

0 10 20 30m



Entulhos da pedreira

Terra vegetal

Calc. com silex

Calcáreo

Décrochement

Brecha de fricção

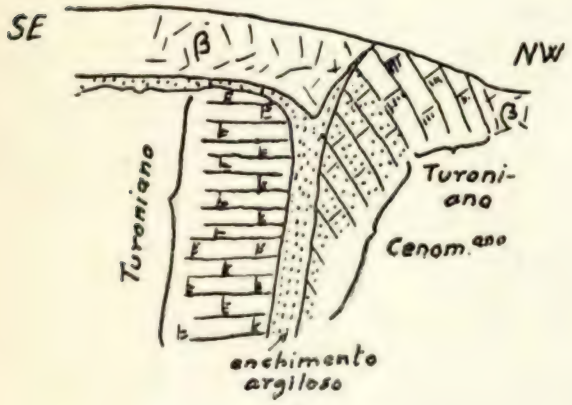
Limite de formação

que já foi posta, há muito tempo, pelo Prof. Fleury (4).

Tectónica:

Vamos considerar a pedreira dividida em dois compartimentos distintos separados pelo acidente que os pedreiros chamam *cabo real,* orientado NE-SW. É uma fenda preenchida por argila proveniente de material basáltico, aberta a tôda a altura dos calcáreos postos a descoberto no desmonte, muito regular, com 2 m de largura média, inclinando 75° para SE e reconhecida numa extensão de mais de 70 m.

Êste acidente encontra justificação na disposição do Cretácico a um e outro lado, como se vê no esquema seguinte:



Desenho 1

É possivel, mesmo natural, que êste acidente tenha sido limpo e alargado durante a fase que originou a superfície de erosão no topo do Turoniano, pois que as parêdes parecem apresentar indícios do trabalho de águas.

O enchimento formou-se indiscutìvelmente *per descensum* visto que não só o material argiloso se encontrava descomprimido à vinda das toalhas basálticas, o que é demonstrado pelo abaixamento em cunha que o basalto lávico apresenta sôbre o acidente, mas ainda não se encontram quaisquer vestígios, suficientemente caracterizados, de metamorfismo de contacto a tôda a altura, posta a descoberto, dos encontros calcáreos.

O compartimento NW da pedreira tem a forma de uma cunha com o vértice para NE, como se vê na planta junta. E' limitado, do lado oposto ao *cabo real,* pela Formação basáltica; o contacto é dado por uma superfície empenada como se observa pelos cortes. O Cretácico, junto dêle, está laminado e metamorfizado numa espessura de 40 cm aproximadamente, tomando um aspecto mais cristalino e uma côr escura, com nódulos de calcite cristalizada hialina e algum tanto silicificado; uma espessura de 10 cm de calcáreo amarelo dá passagem ao tipo normal.

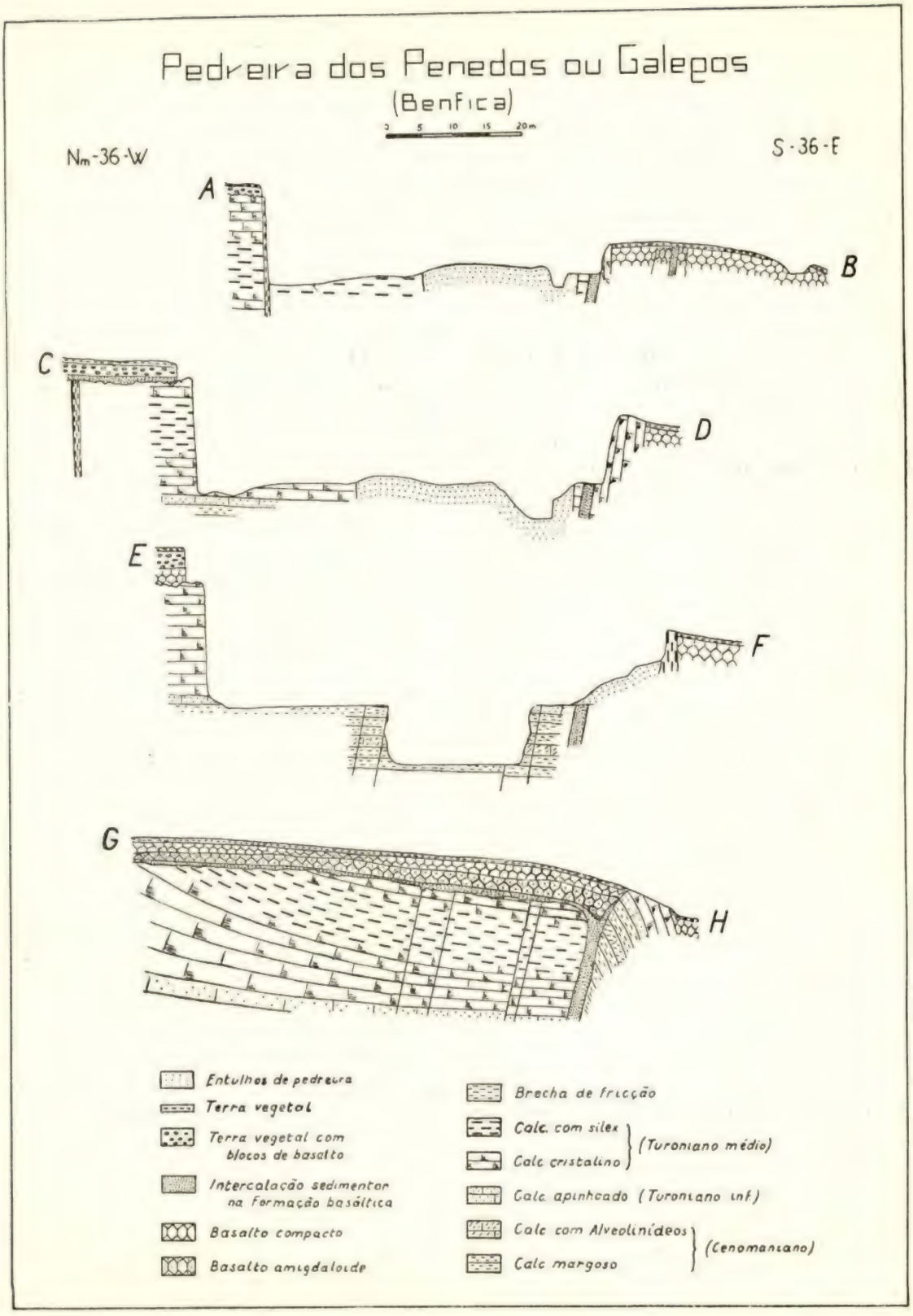
Pelo exame dos cortes vemos que as camadas, que no corte-vista GH estão inclinando 70° para NW, atingem a vertical nos cortes EF e AB e têm um princípio de inversão no corte CD.

Um sistema de acidentes, N-40°-W, subdivide-o dando regeitos que atingem alguns metros, o que é posto em evidência (planta) pelo calcáreo com silex.

A Formação basáltica, dêste lado, pode

Foto 2 — Zona NW da pedreira; em baixo, estriação dum *décrochement*

ser estudada na trincheira existente entre os cortes AB e CD. Expõe-se como se tivesse acompanhado o movimento para a verticalidade do Cretácico, é o que parece salientar a sua diferenciação, como se vê no corte AB, e está cortada por numerosos acidentes sensìvelmente paralelos ao contacto.


Pedreira dos Penedos ou Galegos
(Benfica)
0 5 10 15 20m
Nm-36-W
S-36-E
A
B
C
D
E
F
G
H
Entulhos de pedreira
Terra vegetal
Terra vegetal com blocos de basalto
Intercalação sedimentar na Formação basáltica
Basalto compacto
Basalto amigdaloide
Brecha de fricção
Calc. com silex
Calc cristalino
(Turoniano médio)
Calc apinhoado (Turoniano inf.)
Calc com Alveolinídeos
Calc margoso
(Cenomaniano)

Em resumo, esta zona da pedreira caracteriza-se pela verticalidade dos estratos cretácicos, pela existência do sistema de acidentes N – 40° – W, e pelo aumento da fragmentação do calcáreo no sentido do estreitamento da cunha.

O outro compartimento da pedreira, a SE do *cabo real,* é aquêle que até hoje tem dado lugar à exploração. Poderia ser subdividido pela brecha de fricção, N – S, atingida a Este, que é vertical e tem uma caixa de alguns decímetros.

O centro, com 30 cm em média de espessura, é ocupado por uma brecha de fragmentos de calcáreo com dimensões máximas de 2 a 3 cm. sub-angulosos e, por vezes, estriados, cimentados por carbonato de cálcio; êste foi trazido certamente pelas águas meteóricas que também devem ser responsáveis pelo boleamento das calhaus. Na altura do silex a brecha é composta ainda por pequenos calhaus dêste. Para um e outro lado, numa largura apreciável, o calcáreo apresenta-se milonítico.

Êste acidente, depois da brecha de fricção cimentada, tornou a jogar como o mostra um espelho com estriação aproximadamente horizontal que nela se observa.

Não vamos considerar, contudo, esta subdivisão porque a exploração só agora começa a atingir a brecha, ainda não a ultrapassa, e o que se pode ver actualmente faz pensar que as cousas se passarão sensìvelmente do mesmo modo de um e outro lado, sem grandes regeitos.

Em alguns pontos o calcáreo cristalino, junto da superfície de erosão, está silicificado; noutros dá um tipo, que polido, se apresenta como uma brecha consolidada por carbonato de cálcio carregado de sais de ferro e com manchas pretas de óxidos de manganês.

Nesta zona não foi possível medir com rigor a inclinação das camadas, todavia, baseando-nos nas bancadas do Turoniano inf. e no calcáreo com silex, pode-se afirmar que baixam aproximadamente para Norte com um pendor que não deve ultrapassar 10°.

Observa-se um sistema de *décrochements,* afectando aparentemente só o Cretácico, inclinados de 75° para SE e orientados entre N – 45° – E e N – 54° – E; um dêles chega a regeitar as camadas de 40 cm na vertical.

Conclusão:

O estudo da pedreira, já de si complicado pela dificuldade de interpretar a zona NW, torna-se ainda confuso pela abundância de acidentes tectónicos, que muito fragmentam o Cretácico, de que só assinalamos os principais que são, naturalmente, acompanhados de outros secundários paralelos. Não é, ainda, difícil encontrar pequenos acidentes com tôdas as direcções possíveis.

Apesar destas dificuldades e embora com reserva, parece-nos que os factos apontados nos permitem supor fundamentada a seguinte conclusão:

a) O sistema de acidentes N – 40° – W é anterior ao sistema de *décrochements,* N – 45° – E a N – 54° – E, pois que não regeita o *cabo real* que incluímos neste.

b) O sistema de *décrochements* será mais antigo que o basalto que se lhe sobrepõe porque não notamos a continuação neste, que podia ser mascarada pela decomposição mas já isso não sucede no *cabo real* onde não restam dúvidas de que o basalto lávico lhe é posterior.

c) A brecha de fricção, localizada a Este, não sabemos se afecta a Formação basáltica visto que, na extensão em que está a descoberto, o Turoniano é encimado por depósitos superficiais; contudo, quere-nos parecer que já estaria cimentada à vinda das toalhas basálticas porque o cimento é de carbonato de cálcio bastante branco.

d) O basalto compacto que contacta com o calcáreo, dando metamorfismo, a NW não joga com o basalto a SE do *cabo real,* onde é um tipo amigdalóide que se sobrepõe ao Cretácico.

Assim, a exploração para lá da brecha de fricção não deve trazer surprêsas e, antes, é de esperar a continuação dos mesmos tipos de calcáreos explorados na parte central da pedreira.

Bibliografia:

1 — P. Choffat: *Notice sur la carte hypsométrique du Portugal,* Com. dos S. G. de P., tômo VII, 1907.

2 — C. Freire de Andrade: *Os Vales submarinos portugueses e o diastrofismo das Berlengas e Estremadura,* Memórias dos S. G. de P., 1937.

3 — P. Choffat: *Le Crétacique supérieur au nord du Tage,* Memórias dos S. G. de P., 1900.

3 — E. Fleury: *O que pode ler-se na Carta Geológica de Portugal,* Lisboa — 1922.

A PROJECÇÃO AXONOMÉTRICA NO DESENHO TÉCNICO

RECTIFICAÇÃO

No artigo, com êste título, publicado no N.º 156 da «Técnica», admitia-se a possibilidade de o autor se ter enganado nos cálculos, o que realmente sucedeu. Na aplicação à representação trimétrica duma fórmula deduzida, que está correcta, não era lícito arbitrar valores ou relações para os ângulos, pois as condições tornam-se superabundantes.

Devemos ao Sr. Dr. Ferreira de Macedo, ilustre Professor do I. S. T., a amabilidade de nos chamar a atenção para o facto. E fê-lo por forma tão discreta e elegante que não fazemos mais do que cumprir um dever expressando-lhe aqui a nossa já existente admiração e o nosso agradecimento pelo seu gesto.

Confessado o êrro (cuja atenuante será o desassocêgo permanente da vida de hoje), resta apresentar desculpas à «Técnica» e ao leitor benévolo, que fàcilmente corrigirá outras falhas de menor relêvo.

O texto da pág. 410, a partir da 2.ª linha, deverá ser então substituído pelo seguinte:

Qualquer sistema de representação axonométrica ficará definido por 3 dos 5 elementos considerados (parâmetros a, b, c e ângulos de direcção α, β), sendo o caso corrente fixar os 3 parâmetros.

Quadrando e substituindo valores nas expressões (*1*), (*3*) e (*5*), obtém-se:

$$a^2 - a^2\, sen^2\, \alpha = l^2 - l^2 . sen^2\, \gamma \qquad l^2 . sen^2\, \gamma\, (1 - sen^2\, \delta) = l^2 - a^2$$

$$sen^2\, \gamma = \frac{l^2 - a^2}{c^2} \qquad (10\ A)$$

Procedendo anàlogamente com as relações (*2*), (*4*) e (*5*), obtém-se:

$$cos^2\, \gamma = \frac{l^2 - b^2}{c^2} \qquad (10\ B)$$

e, somando, vem

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = 2\, l^2} \qquad (10\ C)$$

Combinando (*1*) com (*10 A*) e (*3*) com (*10 B*), resulta

$$cos^2\, \alpha = \frac{l^2}{a^2\, c^2}\, (l^2 - b^2) \qquad cos^2\, \beta = \frac{l^2}{b^2\, c^2}\, (l^2 - a^2)$$

expressões que dão os ângulos de direcção para cada jógo de parâmetros que se tome (se forem compatíveis), conforme os exemplos numéricos que seguem.

1.º exemplo:

Dados: $\boxed{a = 9/10\ c}$ $\boxed{b = 1/2\ c}$

ou $a = 9 \qquad b = 5 \qquad c = 10$

$$l^2 = \frac{81 + 25 + 100}{2} = 103$$

$$cos^2\, \alpha = \frac{103}{8100} \times 78 \simeq 0{,}992$$

$$cos^2\, \beta = \frac{103}{2500} \times 22 \simeq 0{,}906$$

$$\boxed{\alpha \simeq 5^\circ\ 10'} \qquad \boxed{\beta \simeq 17^\circ\ 50'}$$

2.º exemplo:

Dados: $\boxed{a = 9/10\ c}$ $\boxed{b = 6/10\ c}$

ou $a = 9$ $b = 6$ $c = 10$

$$l^2 = \frac{81 + 36 + 100}{2} = 108{,}5$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{108{,}5}{8100} \times 72{,}5 \cong 0{,}971$$

$$\cos^2 \beta = \frac{108{,}5}{3600} \times 27{,}5 \cong 0{,}828$$

$\boxed{\alpha \cong 9^\circ\ 50'}$ $\boxed{\beta \cong 24^\circ\ 30'}$

3.º exemplo:

Dados: $\boxed{a = 9/10\ c}$ $\boxed{b = 7/10\ c}$

ou $a = 9$ $b = 7$ $c = 10$

$$l^2 = \frac{81 + 49 + 100}{2} = 115$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{115}{8100} \times 66 \cong 0{,}937$$

$$\cos^2 \beta = \frac{115}{4900} \times 34 \cong 0{,}798$$

$\boxed{\alpha \cong 14^\circ\ 30'}$ $\boxed{\beta \cong 26^\circ\ 40'}$

4.º exemplo:

Dados: $\boxed{a = 8/10\ c}$ $\boxed{b = 7/10\ c}$

ou $a = 8$ $b = 7$ $c = 10$

$$l^2 = \frac{64 + 49 + 100}{2} = 106{,}5$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{106{,}5}{6400} \times 57{,}5 \cong 0{,}957$$

$$\cos^2 \beta = \frac{106{,}5}{4900} \times 42{,}5 \cong 0{,}924$$

$\boxed{\alpha \cong 11^\circ\ 50'}$ $\boxed{\beta \cong 16^\circ}$

5.º exemplo:

Dados: $\boxed{a = 5/6\ c}$ $\boxed{b = 2/3\ c}$

ou $a = 5$ $b = 4$ $c = 6$

$$l^2 = \frac{25 + 16 + 36}{2} = 38{,}5$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{38{,}5}{900} \times 22{,}5 \cong 0{,}9625$$

$$\cos^2 \beta = \frac{38{,}5}{576} \times 13{,}5 \cong 0{,}902$$

$\boxed{\alpha \cong 11^\circ\ 10'}$ $\boxed{\beta \cong 18^\circ\ 10'}$

A última parte do quadro da pág. 411 será substituída por esta outra (o que não invalida, antes reforça, a observação feita no fim da mesma página):

Trimétrica	*1 : 9/10 : 1/2*	*90º* *5º* *18º*	*95º* *157º* *108º*	—
	1 : 9/10 : 6/10	*90º* *10º* *24º 30'*	*100º* *145º 30'* *114º 30'*	—
	1 : 9/10 : 7/10	*90º* *30º* *26º 30'*	*120º* *123º 30'* *116º 30'*	—
	1 : 8/10 : 7/10	*90º* *12º* *16º*	*102º* *152º* *106º*	—
	1 : 5/6 : 4/6 *(6 : 5 : 4)*	*90º* *11º* *18º*	*101º* *151º* *108º*	—

Lisboa, Junho de 1945.

CÁSSIO AYRES DA SILVA

Engenheiro I. S. T.

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

Tratado de Matemáticas para ingenieros y técnicos

Por R. DOERFLING

666 páginas – Editorial Gustavo Gili — Preço 65 pesetas

Torna-se muitas vezes necessário para o estudo de problemas diversos de engenharia uma rápida recapitulação dalguns conhecimentos fundamentais da Matemática.

O autor procurou neste livro apresentar resumidamente as noções interessando sobretudo às aplicações práticas. Como se nota no prólogo o livro é escrito para pessoas sem preparação matemática especial e visa sobretudo as conclusões ou fórmulas que é necessário aplicar sem, no entanto, lhe dar o aspecto dum monótono formulário. Podem assim brevemente recordar-se as deduções que conduzem ao estabelecimento das fórmulas correntes.

Para não obrigar a consultas de formulário o livro começa por apresentar uma série de expressões de conhecimento imediato na álgebra elementar.

O cálculo das probabilidades exposto resumidamente em seguida à teoria das séries permite ao autor apresentar no fim do livro com bastante desenvolvimento o cálculo de compensação pelo método dos mínimos quadrados.

À geometria analítica dedicou o autor bastante atenção, apresentando seguidamente o cálculo diferencial e integral duma maneira condensada e introduzida por noções expostas muito elementarmente.

O estudo da integração das equações diferenciais está acompanhado duma série de exemplos de aplicação a questões de engenharia.

O livro é muito útil para um estudo breve da matemática ou para uma rápida revisão de conhecimentos adquiridos e a edição cuidada da editorial Gustavo Gili permite uma fácil consulta o que nem sempre se consegue com um desenvolvido tratado de matemáticas.

"Por ares nunca dantes navegados..."

Conferência realizada pelo Engenheiro Joaquim José Salgado na sessão solene realizada em 12 de Dezembro de 1940, na sede da Ordem dos Engenheiros, sob a Presidência de S. Ex.ª o Presidente da República.

77 páginas — Edições Lopes da Silva — Pôrto

Com o título acima fêz o engenheiro J. Salgado uma conferência agora publicada, descrevendo pormenorizadamente as primeiras travessias aéreas do Atlântico Sul efectuadas por portugueses, notando marcadamente que o êxito das tentativas de longas viagens marítimas ou aéreas se deve em grande parte à aplicação dos conhecimentos da ciência da navegação na qual ocupámos um dos primeiros planos.

A oportunidade da conferência e dos assuntos nela tratados em nada foi diminuída pelos cinco anos decorridos, pelo contrário hoje que se dedicam muitas atenções, cá e lá fora, à navegação aérea comercial, importa recordar a nossa tradicional posição que aos técnicos nacionais cabe defender

---

BIBLIOGRAFIA

F. S. Crispin — Dictionary of Technical Terms — 100$00.

The radio amateur's handbook — 80$00.

A. Webel - German-English Dictionary — 246$00.

J. Ferraro Vaz — Guia para Observadores das Estações Meteorológicas — 100$00.

R. J. de Darkness — 2058 Características de Válvulas — 60$00.

L. Ruiz — Castillo — Métodos Planimétricos — 225$00.

The Marvels and Mysteries of Science — 110$00.

Thomas Daring — La Batalla por las matérias primas — 60$00.

E. Torroja — Elasticidad com Aplicacion a la tecnica de la Construccion — 282$00.

L. Jordana Soler — Aire Comprimido — 175$00.

A. Colino — Curso de Radioelectricidad — 331$50.

A. Colino — Estudio del Receptor Superheterodino — 192$00.

R. Madirolas Pólit — Geometria Descriptiva Aplicada al Dibujo Industrial — 45$00.

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Não periódicas

Empreitadas e Fornecimentos de Obras Públicas — Legislação geral de uso corrente — Edições Lopes da Silva — Pôrto — 1945

Reference data for Radio Engineers — Ed. da Federal Telephone and Radio Corporation — New York.

Instalações Eléctricas do Aeroporto de Lisboa, The Engineering Company of Portugal, Ltd.

Estatística Industrial — 1943, Instituto Nacional de Estatística.

Portugal e a Paz, Edição do S. N. I.

Guia de la Literatura Española Técnico-industrial. Esquema de Organización del Estado del Movimiento. Editoral M. Balzola I. I Bilbau.

Relatório da Administração Geral do Pôrto de Lisboa — Vol. II — Elementos estatísticos do ano de 1943.

Relatório e Contas da Gerência do Ano de 1944 dos Serviços Municipalizados de Gás e Electricidade do Pôrto.

Periódicas

ARGENTINA

EL INGENIERO — N.os 60 - 61.

BÉLGICA

L'OSSATURE METALLIQUE — N.os 1-2 e 3-4, Janeiro a Abril de 1945.

CHILE

REVISTA DE CAMINHOS — Julho a Dezembro de 1944 e Fevereiro de 1945.

COLOMBIA

MEMORIAL DEL ESTADO MAYOR — Março a Abril de 1945.

REVISTA AERONAUTICA — N.º 3 — Vol. I.

ESPANHA

DYNA — Junho de 1945.

CEMENTO — Junho de 1945.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS — Junho de 1945.

PORTUGAL

AFINIDADES — N.º 12.

A ARQUITECTURA PORTUGUESA E CERÂMICA E EDIFICAÇÃO — Abril de 1945.

BOLETIM DA JUNTA NACIONAL DE CORTIÇA — Jnnho de 1945.

BOLETIM DA SOCIEDADE DE GEOGRAFIA — Março e Abril de 1495.

BOLETIM GERAL DAS COLÓNIAS — Maio de 1945.

BROTÉRIA — Vol. XL — Fasc. 6.

CLÍNICA, HIGIENE E HIDROLOGIA — Maio de 1945.

ESTUDOS — Fasc. 6 — Ano XXII.

GAZETA DE MATEMÁTICA — Maio de 1945.

GAZETA DOS CAMINHOS DE FERRO — N.os 1379, 1380 e 1381.

O TRIPEIRO — N.º 2

OCIDENTE — Junho de 1945.

REVISTA DE ARTILHARIA — Abril de 1945.

REVISTA DA ORDEM DOS ENGENHEIROS — Maio e Junho de 1945.

SEARA NOVA — N.os 931 a 935.

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA, DOS ALUNOS DO I. S. T.

DIRECTOR: FAUSTO GONÇALVES HENRIQUES
ADMINISTRADOR: ANTÓNIO BUSTORFF
BIBLIOTECÁRIO: FERNANDO MANZANARES ABECASIS
CORPO REDACTORIAL: JOSÉ M. CORREIA VITORINO, DUARTE BELLO, FERNANDO BLANQUI TEIXEIRA, MANUEL FRANCO FALCÃO, JOÃO BARATA GALVÃO JOSÉ MARIA SEGURO

Propriedade e Edição da A. E. I. S. T.

21.315.284/5 (469)

Interligação Cachofarra-Tejo — *L. de Sá Pereira.*
Revista da Ordem dos Engenheiros, n.º 18, pág. 278, (6-945).

378.1 Ensino

Antecedentes extranjeros para la organización de un instituto de investigación — *A. J. Durelli.*
Ciencia y Técnica, vol. 104, n.º 513, pág. 248.

A Universidade de Harvard, o Massachusetts Institute of Technology e a Armour Research Fondation.

513.7 Topologia

Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones — *J. R. Pastor.*
Ciencia y Técnica, vol. 104, n.º 513, pág. 187.

O teorema métrico e a sua generalização. O teorema topológico de Poincaré. Resolução dos tipos tratados por Poincaré. Aplicação cinemática. Bibliografia.

539.41

A noção de coeficiente de segurança e o cálculo do concreto armado no estádio III — *T. van Langendonck.*
Engenharia, Abril de 1945, pág. 315.

620.1

Collones encastrées dans une fondation posant sur terrain élastique. — *W. Kerkhofs.*
L'ossature Métallique, ano 1.º, n.º 1-2, pág. 34.

621.365 Metalurgia

Desarollo de un nuevo horno de induccion de haja frecuencia y gran capacidad, para la fusión de aleaciones de aluminio.
Dyna, ano 20.º, n.º 6, pág. 315, (6-945).

621.431.75

Propulsão por reacção — *A. L. Rey.*
Dyna, ano 20.º, n.º 6., (6-945).

621.89

Lubrificantes — *L. Baralis.*
Ciencia y Técnica, vol. 104, n.º 513, pág. 225.

Escolha de matérias primas e tratamentos de óleos lubrificantes.

624.042

As equações de Monderla sob a sua forma geral a coeficientes variáveis — *A. B. Fortes.*
Revista do Clube de Engenharia, n.º 100, pág. 173.

624.131 Mecânica dos solos

La propriedad de la estabilidad de los suelos — *C. A. Arrau.*
Revista de Camiños, Ano XVIII, n.º 11-12, pág. 316.

Estabilidade dum macisso, coesão, resistência ao corte, ensáios.
Tensões num macisso. Diagrama de Mohn. Equilíbrio plástico.
Determinação da capacidade resistente. Bibliografia, 28 esquemas.

624.2

Le pont de La Main Avenue à Cleveland.
L'ossature Métallique, 1.º ano, n.º 1-2, pág. 11.

625.2

Wagons culbuteurs automatiques — *J. Fortun.*
L'ossature Métallique, 1.º ano, n.º 1-2, pág. 31.

625.282

Particularidades de la construccion de locomotoras — *A. A. Massanet.*
Dyna, ano 20.º, n.º 6, pág. 308, (6-945).

625.72

La homogeneidad en el trazado de camiños — *A. B. Ferreyra.*
Revista de Camiños, pág. 171 (cont.), Julho-Agòsto (1944).

627.1 (469)

Os rios portugueses — *J. Araújo Correia.*
Revista da Ordem dos Engenheiros, Maio de 1945, n.º 17, pág. 228.

627.82

Le port artificiel d'arromanches.
L'ossature Métallique, ano 1.º, n.º 34, pág. 47.

627.82

Os nossos portos e sua dragagem — *L. Albuquerque.*
Revista do Clube de Engenharia, n.º 99, Novembro de 1944.

627.82

Las obras de atraque en los puertos nacionales — *R. Buich.*
La Ingenieria, pág. 3, Novembro de 1945.

627.824.4

Presas de contrafuertes — *Mendia e Casado.*
Revista de Obras Públicas, n.º 2763, pág. 305, Julho de 1945.

628.9 Iluminação

Actuaciones de la Comision Internacional de Iluminacion.
La Ingenieria, pág. 28, Janeiro de 1945.

656.2 (469)

Contribuïção para o estudo da exploração da rêde ferroviária no continente português — *J. M. P. Barata.*
Revista da Ordem dos Engenheiros, n.º 17, pág. 216, Maio de 1945.

658.562

Las probabilidades y el control de la industria — *P. M. Larumbe.*
Dyna, ano 20.º, n.º 6, pág. 290, Junho de 1945.

669

La trempe superficielle oxy-acétylénique—*R. Pappi.*
L'ossature Métallique, ano 10.º, n.ºs 3-4, pág. 67.

669.14 : 620.18

Une nouvelle méthode d'ensais micro-mécaniques des métaux — *N. Minonoff.*
L'ossature Métallique, ano 10.º, n.º 3-4, pág. 73.

69

Una operacion quisurgica a un edificio de Madrid — *E. Cebrion.*
Revista de Obras Públicas, n.º 2763-A, pág. 277, Julho de 1945.

693.55

Cálculo de las tensiones en las vigas de hormigón con armaduras pretensadas — *J. A. Bataller.*
Cemento y Hormigón, vol. XI, n.º 135, pág. 140.

Teoria e exemplo de aplicação.

711.6

Proyeto para la construcción de las pistas del gran aeródromo de «Calpuerto» en Cali, Colombia, uno de los más importantes de la América del Sul.
Revista de Camiños, pág. 181, Julho-Agôsto (1944).

725

Tribuna-cubierta para el Campo de las Corts del Club de Futbol Barcelona — *J. M. Sagnier.*
Cemento, ano XI, n.º 135, pág. 145.

725

Cem novos grupos escolares em Minas Gerais — *E. Fontennelle.*
Revista do Clube de Engenharia, n.º 100, pág. 201.